



دفترچه پاسخ

نیم سال دوم دوازدهم

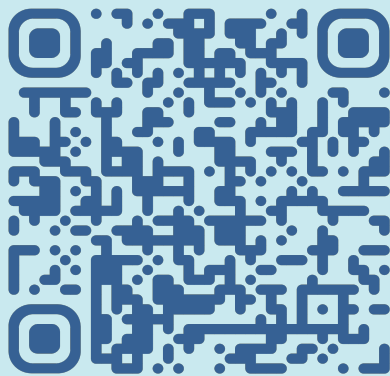
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

پایه یازدهم

☐ ☐ ☐ ☐ ☐

پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۱/۲۵



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دوازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۹

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	محمد خانگلدی - رسول حاجی زاده - مهدی عزیزی علیرضا شریف خطیبی - نوید یکتا - کیوان دارابی	مهرداد اسپیدکار - حمیدرضا ولیپور علیرضا ملک حسینی - داود بوالحسنی
فیزیک	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	سعید احمدی - مهدی پارسا - سجاد صادقی زاده کامران ابراهیمی - مجید رجبی وندچالی آروین صالحی - مهدی یوسفی احسان ایرانی - حامد نبی منصور	حامد نبی منصور - محمد باغبان
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی	فرهنگ امیری - رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

تا حالا به این فکر کردین که چرا به نیمه دوم بازی فوتبال، نیمه مربیان گفته میشه؟ در واقع استراتژی‌های مربی، میتونه در نیمه دوم فوتبال نتیجه بازی رو کاملاً عوض کنه! بازی باخته رو به برد تبدیل کنه یا برعکسش! واقعیت اینه که نیمه دوم سال هم همینطوره! ارزش هر روز در نیمه دوم سال هم بیشتر از نیمه اول هست؛ چون الان بیشتر خودتون رو میشناسید، بازدهی و سرعت مطالعه‌تون بیشتر شده و کلاً حرفه‌ای‌تر شدین. ما در نیمه دوم سال این موارد رو در آزمون ماز براتون در نظر گرفتیم تا فارغ از نتیجه‌ای که در نیمسال اول گرفتید، بتونید نیمسال دوم رو به بهترین شکل سپری کنید:



بخشی از کارهایی که اخیراً برای ارتقای کیفیت و خدمات آزمون ماز انجام شده:

پوشش کامل‌تر مطالب در هر آزمون: با وجود اینکه در هر آزمون، تعداد تست‌های کمی برای هر درس در آزمون دارید، سعی می‌کنیم تمام نکات اون مبحث رو با تست‌های آزمون پوشش بدیم تا نگران پیشروی سریع در نیمسال دوم نباشید و همه نکات رو یاد بگیرید.

حجم کمتر پاسخنامه‌ها: برای بررسی راحت‌تر آزمون در نیمسال دوم، سعی کردیم حجم پاسخنامه‌ها رو منسجم‌تر کنیم تا در وقتتون بتونید صرفه‌جویی کنید.

چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم: وقتی که قراره با ۱۰ سؤال، ۱۰ دانش‌آموز رو از هم تفکیک کنیم، باید یکی از سؤالات برای ۹ نفر قابل پاسخ‌دهی باشه، یکی دیگه برای ۸ نفر و در نهایت، یکی از سؤالات فقط برای ۱ نفر قابل حل میشه! حالا این سؤالات رو به کل سؤالات یک درس و این جامعه آماری رو به کل جامعه آماری ماز تعمیم بدید. چینش سؤالات براساس تاکسونومی بلوم به این شکل هست، پس اگر دانش‌آموز قوی‌ای هستید، همیشه در آزمون سؤالاتی هست که شمارو به چالش بکشه، و اگر دانش‌آموزی با تراز پایین هستید، باز هم سؤالاتی در آزمون هست که بتونید بهش پاسخ بدین!

دوره دوپینگ: برای ایام جمع‌بندی! حتماً تعریف دوپینگ ماز رو از رتبه‌های برتر کنکور شنیدین، منتظر اعلام جزئیات دوپینگ باشین!

کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



آزمونیاک | azmooniak



دانش‌آموزان عزیز ماز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...

- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقاً ازچه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

بخش	کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
حسابان	حسابان ۲	فصل چهارم	مشتق پذیری و پیوستگی	۱۰
	حسابان ۱	فصل اول	معادله درجه دوم	۴
			معادلات گویا و گنگ	۲
			قدر مطلق و ویژگی‌های آن	۰
			هندسه تحلیلی	۲
	ریاضی ۱	فصل چهارم	معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن	۰
			تعیین علامت	۲
	هندسه ۳	فصل دوم	سهمی	۷
هندسه	فصل سوم	قضیه سینوس‌ها	۱	
		قضیه کسینوس‌ها	۱	
		قضیه نیمسازهای زوایای داخلی	۲	
		قضیه هرون	۲	
گسسته و آمار و احتمال	ریاضیات گسسته	فصل دوم	مدل‌سازی با گراف	۷

- آقا! + بله؟

- از این مباحثی که گفتین، کدوما مهم‌ترن؟

+ خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن ولی اگه بخوام مهم‌ترها رو بگم، از بین همه این مباحث، قسمت‌های "معادله درجه دوم"، "هندسه تحلیلی" و قسمت "مشتق‌پذیری و پیوستگی" در حسابان و همچنین کل فصل سوم هندسه یازدهم و نهایتاً قسمت "مدل‌سازی با گراف" در ریاضیات گسسته اهمیت زیادتری دارن. حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آزمون‌د آرزوهایتان

حسین شفیعی‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۱- معادله‌ی $ax^2 + ax + 1 = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است. حاصل جمع ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + ax + 1 = 0$ کدام است؟

۴ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله‌ی $ax^2 + ax + 1 = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف است. بنابراین $\Delta = 0$ می‌باشد. ببینید:

$$\Delta = a^2 - 4a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ قق زیرا معادله به صورت } 0 = 1 \text{ در می‌آید} \\ a = 4 & \text{قق} \end{cases}$$

با جای‌گذاری ۴ به جای a در معادله‌ی $x^2 + ax + 1 = 0$ داریم:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -\frac{4}{1} = -4$$

جمع ریشه‌ها

ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم

برای محاسبه‌ی ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ (با $a \neq 0$) با کمک روش دلتا (Δ) داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \quad \text{معادله ریشه‌ی حقیقی مضاعف (۲ ریشه‌ی یکسان) دارد.} \\ \Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \quad \text{معادله ۲ ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد.} \end{cases}$$

روابط بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم

اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$\begin{aligned} ۱) \text{ جمع ریشه‌ها } &= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} \\ ۲) \text{ ضرب ریشه‌ها } &= P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \\ ۳) \text{ قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها } &= |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \\ ۴) \text{ مجموع مربعات ریشه‌ها } &= \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \\ ۵) \text{ مجموع مکعبات ریشه‌ها } &= \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS \\ ۶) \text{ مجموع و تفاضل جذر ریشه‌ها } &= \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}} \quad (\alpha > \beta > 0) \end{aligned}$$

کنکور سراسری تجربی ۱۳۹۹

معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

۱) $\frac{7}{2}$ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) $-\frac{5}{2}$

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۲- مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 10 = 0$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۹

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$x^2 - x = A$$

با کمک روش تغییر متغیر، معادله را حل می‌کنیم:

$$A^2 + 3A - 10 = 0 \Rightarrow (A+5)(A-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -5 \Rightarrow x^2 - x = -5 \Rightarrow (\Delta < 0) \text{ معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد} \\ A = 2 \Rightarrow x^2 - x = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$(-1)^2 + 2^2 = 5$$

مجموع مربعات ریشه‌های معادله برابر است با:

البته می‌توانستیم برای محاسبه‌ی مجموع مربعات ریشه‌ها، از رابطه‌ی $S^2 - 2P$ استفاده کنیم که حل با این روش را به شما واگذار می‌کنیم.

روش تغییر متغیر برای حل معادلات

برخی معادلات را که ظاهری پیچیده دارند، می‌توان با تغییر مناسب تبدیل به یک معادله‌ی درجه‌ی دوم و بعد آن را حل کرد. سپس متغیر را به حالت اول بازگردانده تا جواب‌های معادله‌ی اولیه به دست آید.

اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP + 2S - 2P^2$ کدام است؟

(۴) $59 + 7\sqrt{69}$

(۳) ۵۰

(۲) $7 + \sqrt{69}$

(۱) $59 - 7\sqrt{69}$

گروه آموزشی ماز

۳- به هر یک از دو دانش آموز A و B، بیست کیلوگرم محلول آب نمک با غلظت ۱۰ درصد داده شده و از آن‌ها خواسته شده که غلظت محلول را به ۲۵ درصد برسانند. A با اضافه کردن نمک و B با تبخیر محلول، این کار را انجام می‌دهند. بعد از ساخت محلول ۲۵ درصد، مجموع جرم محلول‌های A و B چند کیلوگرم است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

(۴) ۴۸

(۳) ۴۰

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{میزان نمک} = \frac{10}{100} \times 20 = 2 \text{ Kg}$$

محلول ۲۰ کیلوگرم آب نمک با غلظت ۱۰ درصد، ۲ کیلو گرم نمک و ۱۸ کیلوگرم آب دارد.

A به اندازه‌ی x کیلوگرم نمک اضافه کرده و غلظت محلول را به ۲۵ درصد می‌رساند:

$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} = \frac{2+x}{20+x} = \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{2+x}{20+x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 8+4x = 20+x \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \text{ kg}$$

پس جرم محلول A برابر $20+4$ یعنی ۲۴ kg است.

B به اندازه‌ی y کیلوگرم آب محلول را تبخیر کرده تا غلظت محلول به ۲۵ درصد برسد.

$$\frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} = \frac{2}{20-y} = \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{2}{20-y} = \frac{1}{4} \Rightarrow 20-y = 8 \Rightarrow y = 12 \text{ kg}$$

پس جرم محلول B برابر $20-12$ یعنی ۸ kg است.

بنابراین مجموع جرم محلول هر دو فرد برابر $24+8$ یعنی ۳۲ kg است.

گروه آموزشی ماز

۴- نقاط $A(4,0)$ ، $B(3,3)$ و $C(1,-1)$ رئوس یک مثلث می‌باشند. کدام نقطه بر روی خطی که میانه‌ی AM بر آن واقع است، قرار دارد؟

مشابه تمرین کتاب درسی

(۴) $(3, \frac{5}{2})$

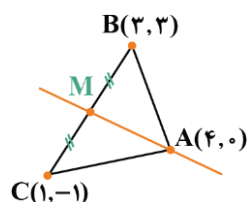
(۳) $(3, \frac{1}{2})$

(۲) $(\frac{1}{2}, 1)$

(۱) $(1, \frac{1}{2})$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:

نقطه‌ی M وسط پاره خط BC قرار دارد.

$$\begin{cases} x_m = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \\ y_m = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2, 1)$$

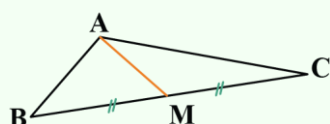
معادله‌ی خطی که میانه‌ی AM بر آن قرار دارد را می‌نویسیم:

$$m_{Am} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{1-0}{2-4} = -\frac{1}{2}$$

$$y-0 = -\frac{1}{2}(x-4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

نقطه‌ی $(3, \frac{1}{2})$ بر این خط واقع است.

در یک مثلث

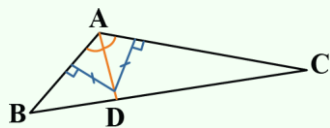


میانه: پاره‌خطی است که از رأس مثلث گذشته و ضلع مقابل را نصف می‌کند.

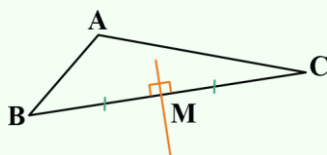
ارتفاع: پاره خطی است که از رأس مثلث گذشته و بر ضلع مقابل عمود است.



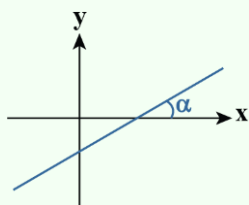
نیمساز: پاره خطی است گذرنده از رأس مثلث که زاویه‌ی رأس را نصف کرده و از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



عمود منصف: پاره خطی است که بر ضلع مقابل عمود بوده و آن را نصف می‌کند و الزاماً از رأس مثلث نمی‌گذرد.



شیب خط



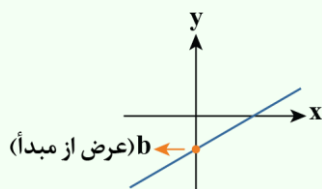
$$\text{شیب خط} = \tan \alpha$$

شیب یک خط برابر است با $\tan$ زاویه‌ای که آن خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد.

نوشتن معادله‌ی خط

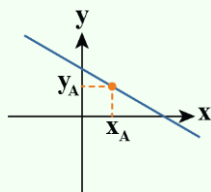
(۱) با داشتن شیب و عرض از مبدأ خط:

$$y = ax + b$$



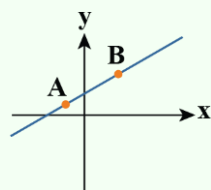
(۲) با داشتن شیب و یک نقطه از خط:

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

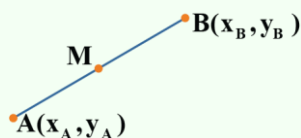


(۳) با داشتن دو نقطه از خط:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, y - y_B = m(x - x_B)$$



مختصات نقطه‌ی وسط پاره‌خط



$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

سوالات منتخب

اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y = 0$ و $2y - x = 2$, $y + 2x = 16$ هستند. اندازه‌ی میانه‌ی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه‌ی مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$

(۲) ۵

(۳) $3\sqrt{2}$

(۴) ۶

مشابه تمرین کتاب درسی

۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x + 4} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

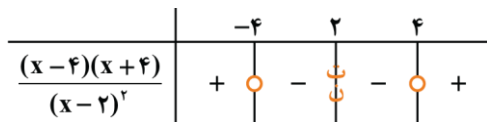
۷ (۲)

۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

برای حل نامعادله، کسر موجود در نامعادله را تعیین علامت می‌کنیم. ببینید:

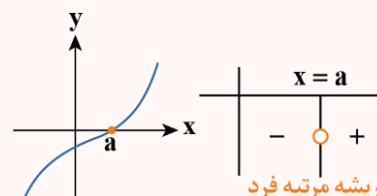
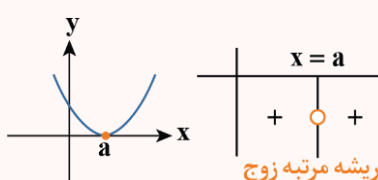
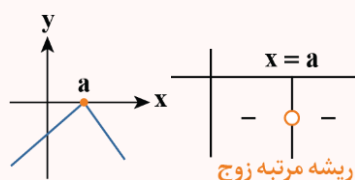


$$\text{مجموعه جواب نامعادله} = [-4, 4] - \{2\} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 3, 4\}$$

بنابراین ۸ عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله حضور دارد.

ریشه‌های مرتبه‌ی زوج و فرد

$x = a$ ریشه‌ی عبارت $(x - a)^m$ می‌باشد. اگر m زوج باشد a ریشه‌ی مرتبه‌ی زوج و اگر m فرد باشد a ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد است. همچنین اگر کل عبارت درون قدر مطلق باشد ریشه‌های درون قدر مطلق مرتبه‌ی زوج هستند. نمودار تابع در ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد از محور x عبور می‌کند پس تابع در اطراف ریشه‌ی مرتبه‌ی فرد تغییر علامت می‌دهد. نمودار تابع در ریشه‌ی مرتبه‌ی زوج با محور x برخورد کرده ولی از محور x عبور نمی‌کند، پس تابع در اطراف ریشه‌ی مرتبه‌ی زوج تغییر علامت نمی‌دهد.



روش تعیین علامت سریع

برای تعیین علامت سریع یک عبارت، کافی است ریشه‌ها و نوع آن‌ها را مشخص کنیم و ریشه‌ها را از کوچک به بزرگ در جدول تعیین علامت، قرار دهیم. علامت یکی از خانه‌ها (ترجیحاً خانه‌ی سمت راست) را با عددگذاری مشخص می‌کنیم. برای مشخص کردن علامت سایر خانه‌ها، با عبور از ریشه‌های مرتبه‌ی فرد، علامت را عوض کرده و با عبور از ریشه‌های مرتبه‌ی زوج علامت را عوض نمی‌کنیم.

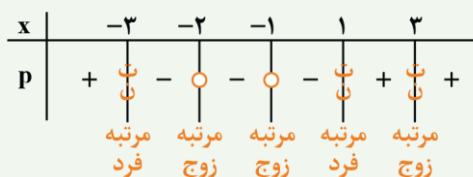
به‌عنوان مثال

$$x = -1 \text{ (مرتبه زوج)}$$

(همیشه فرجه‌ی فرد را در نظر بگیرید)

$$p(x) = \frac{|x+2| \times \sqrt[3]{(x+1)^2}}{(x^2-9) \times (x^2-4x+3)}$$

$(x^2-9) = (x-3) \times (x+3)$
 $(x^2-4x+3) = (x-3) \times (x-1)$
 $(x-3)$ (مرتبه فرد) $x = -3$
 $(x-1)$ (مرتبه فرد) $x = 1$
 $x = 3$ (مرتبه زوج) $\Rightarrow$ در مخرج $(x-3)^2$ وجود دارد.



سؤالات منتخب

مجموعه جواب نامعادله $\frac{yx-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

(۴) $(-1, 2)$

(۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$

(۲) $(2, 4)$

(۱) $(-4, -2) \cup (1, 2)$

گروه آموزشی ماز

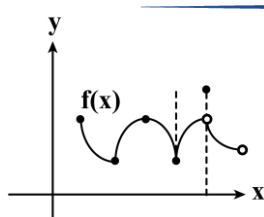
۶- با توجه به نمودار، تابع f دارای چند نقطه گوشه است؟

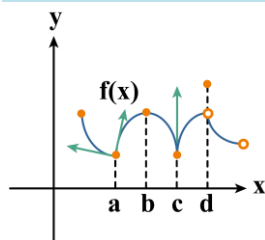
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

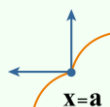




تابع در نقطه $x = a$ پیوسته است ولی مشتق‌های راست و چپ دو عدد نابرابر هستند پس این نقطه، گوشه‌ای است. در نقطه $x = b$ تابع مشتق‌پذیر بوده و مشتق آن صفر است. پس این نقطه، گوشه‌ای نمی‌باشد. در نقطه $x = c$ مشتق راست برابر $+\infty$ و مشتق چپ برابر $-\infty$ است، پس این نقطه، گوشه‌ای نمی‌باشد و نقطه بازگشتی است. تابع در نقطه $x = d$ ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است و این نقطه به دلیل ناپیوستگی، گوشه‌ای نمی‌باشد. پس تابع فقط یک نقطه گوشه‌ای ($x = a$) دارد.

نقطه گوشه (زاویه‌دار)

نقطه‌ای که در آن تابع پیوسته بوده و مشتق‌های راست و چپ دو عدد نابرابر بوده یا از بین مشتق‌های راست و چپ، یکی عدد و دیگری ∞ باشد.



$$f'_+(a) = +\infty$$

$$f'_-(a) = 0$$



$$f'_+(a) = k_1 > 0$$

$$f'_-(a) = k_2 < 0$$

توابع به فرم $f(x) = |x - a| \times g(x)$ با شرط $g(a) \neq 0$ در $x = a$ دارای نقطه گوشه هستند.

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۷- تابع $f(x) = \sqrt[3]{ax^2 + 2ax + b}$ در $x = 3$ و $x = k$ دارای مماس قائم است. k کدام است؟

۴) -۵

۳) ۵

۲) -۱

۱) ۱

توابع $f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^m}$ ($m, n \in \mathbb{N}, m < 2n+1$) در $x = a$ خط مماس قائم دارند.

در تابع $f(x) = \sqrt[3]{ax^2 + 2ax + b}$ باید $x = 3$ و $x = k$ ریشه‌های عبارت زیر رادیکال باشند، پس:

$$ax^2 + 2ax + b = 0 \Rightarrow S = k + 3 = \frac{-2a}{a} \Rightarrow k + 3 = -2 \Rightarrow k = -5$$

نقطه عطف قائم

نقطه‌ای مشتق‌ناپذیر که در آن تابع پیوسته بوده و هر دو مشتق راست و چپ یا $+\infty$ و یا هر دو $-\infty$ هستند.



توابع $f(x) = \sqrt[n]{(x-a)^{2m+1}} \times g(x)$ ($g(a) \neq 0, m < n$) در $x = a$ دارای نقطه عطف قائم هستند. (خط مماس قائم در این نقاط رسم می‌شود).

جمع‌بندی

در نقاط بازگشتی (که قبلاً معرفی کردیم) و نقاط عطف قائم، خط مماس، قائم است.

گروه آموزشی ماز

۸- تابع $f(x) = (ax+4)[x]$ در $x = 2$ از چپ مشتق‌پذیر است. مقدار مشتق راست تابع f در $x = 2$ چقدر است؟

۴) -۴

۳) ۴

۲) -۲

۱) ۲

تابع $y = [x]$ در $x = 2$ پیوستگی چپ ندارد. برای اینکه تابع f در $x = 2$ مشتق چپ داشته باشد باید در این نقطه پیوستگی چپ داشته باشد. بنابراین $x = 2$ ریشه $ax + 4 = 0$ است.

$$2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-2x + 4)[x] - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2(x-2)(2)}{x-2} = -4$$

بدان و آگاه باش

شرط لازم برای مشتق پذیر بودن از راست، پیوستگی راست و شرط لازم برای مشتق پذیر بودن از چپ، پیوستگی چپ در آن نقطه است.

سؤالات منتخب

تابع $y = (x^3 + 2x^2 + ax + b)[x]$ در $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

-۵۲ (۲)

۵۲ (۱)

گروه آموزشی ماز

۹- به ازای چه مقادیری از k سهمی $f(x) = x^2 + kx + 3$ همواره بالای دو خط $y = x + \frac{3}{4}$ و $y = -x - 1$ قرار گرفته و با هیچ کدام تماس ندارد؟

-۵ < k < ۴ (۴)

-۴ < k < ۵ (۳)

-۲ < k < ۳ (۲)

-۳ < k < ۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

دو نامعادله زیر به ازای هر مقدار x باید برقرار باشند:

$$1) x^2 + kx + 3 > x + \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 + (k-1)x + \frac{9}{4} > 0 \xrightarrow{\Delta < 0, a > 0} \Delta = (k-1)^2 - 4 \times 1 \times \frac{9}{4} < 0 \Rightarrow (k-1)^2 - 9 < 0$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 < 9 \xrightarrow{\text{جنر}} |k-1| < 3 \Rightarrow -3 < k-1 < 3 \xrightarrow{+1} -2 < k < 4 \quad (I)$$

$$2) x^2 + kx + 3 > -x - 1 \Rightarrow x^2 + (k+1)x + 4 > 0 \xrightarrow{\Delta < 0, a > 0} \Delta = (k+1)^2 - 4 \times 1 \times 4 < 0 \Rightarrow (k+1)^2 - 16 < 0$$

$$\Rightarrow (k+1)^2 < 16 \xrightarrow{\text{جنر}} |k+1| < 4 \Rightarrow -4 < k+1 < 4 \xrightarrow{-1} -5 < k < 3 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) نتیجه می گیریم که:

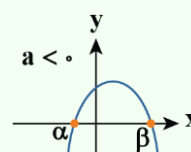
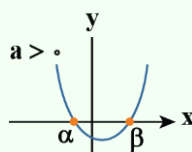
$$(I) \cap (II) \Rightarrow -2 < k < 4 \cap -5 < k < 3 \Rightarrow -2 < k < 3$$

تعیین علامت عبارت های درجه ی دوم

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

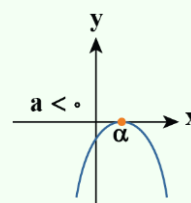
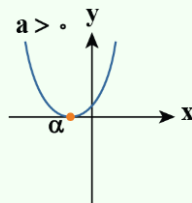
۱) $\Delta > 0$ - ریشه ها α و β هستند ($\beta > \alpha$)

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
y	موافق	مخالف	موافق	موافق
	علامت a	علامت a	علامت a	علامت a



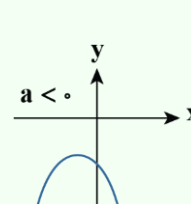
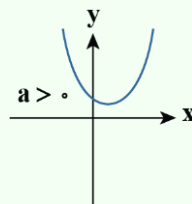
۲) $\Delta = 0$ - ریشه مضاعف α است

x	$-\infty$	α	$+\infty$
y	موافق	موافق	موافق
	علامت a	علامت a	علامت a



۳) $\Delta < 0$ - ریشه حقیقی ندارد

x	$-\infty$	$+\infty$
y	موافق	موافق
	علامت a	علامت a



کنکور سراسری تجربی - اردیبهشت ۱۴۰۳

سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه ای قطع نمی کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

۴ (۴) صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

گروه آموزشی ماز

۱۰- فاصله ی نقطه ی $A(-1, 2)$ از نقطه ی $B(1, a)$ دو برابر فاصله ی نقطه ی A از خط $y - x = a$ است. مجموع مقادیر a کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{4 + (a-2)^2}$$

فاصله‌ی نقاط A و B برابر است با:

فاصله‌ی نقطه‌ی A(-1, 2) از خط $y - x = a$ برابر است با:

$$AH = \frac{|2 - (-1) - a|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 - a|}{\sqrt{2}}$$

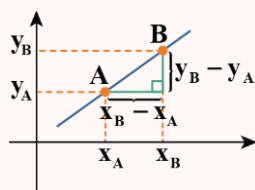
با توجه به این که $AB = 2AH$ می‌باشد، پس:

$$AB = 2AH \Rightarrow \sqrt{4 + (a-2)^2} = 2 \times \frac{|3-a|}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 + (a-2)^2 = 2(3-a)^2 \Rightarrow a^2 - 4a + 4 = 2a^2 - 12a + 18 \Rightarrow a^2 - 8a + 14 = 0$$

$$S = a_1 + a_2 = -\frac{-8}{1} = 8$$

پس مجموع مقادیر قابل قبول برای a عبارت است از:

فاصله‌ی ۲ نقطه



فاصله‌ی ۲ نقطه‌ی A(x_A, y_A) و B(x_B, y_B) از یکدیگر برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

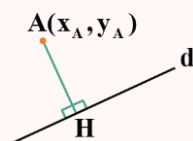
فاصله‌ی ۲ نقطه‌ی هم عرض:

$$A \left| \begin{smallmatrix} x_A \\ K \end{smallmatrix} \right|, B \left| \begin{smallmatrix} x_B \\ K \end{smallmatrix} \right| \Rightarrow AB = |x_A - x_B|$$

فاصله‌ی ۲ نقطه‌ی هم طول:

$$A \left| \begin{smallmatrix} K \\ y_A \end{smallmatrix} \right|, B \left| \begin{smallmatrix} K \\ y_B \end{smallmatrix} \right| \Rightarrow AB = |y_A - y_B|$$

فاصله‌ی نقطه از خط



فاصله‌ی نقطه‌ی A(x_A, y_A) از خط $d: ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

سؤالات منتخب

طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های A(1, 9), B(3, 3), C(7, 11) کدام است؟

۶ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{10}$ (۲)

۲ (۱)

گروه آموزشی ماز

۱۱- صفرهای سهمی $f(x) = x^2 + ax + b$ ، پنج برابر صفرهای سهمی $g(x) = ax^2 + bx + 1$ می‌باشد. کمترین مقدار سهمی $g(x)$ چقدر است؟

-۲ (۴)

-۱/۲۵ (۳)

-۱ (۲)

-۰/۲۵ (۱)

اگر α و β صفرهای تابع $g(x)$ باشند، $\delta\alpha$ و $\delta\beta$ صفرهای تابع $f(x)$ خواهند بود. بنابراین:

$$g(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} & (A) \\ \alpha \times \beta = \frac{1}{a} & (B) \end{cases}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} \delta\alpha + \delta\beta = -a & (C) \\ \delta\alpha \times \delta\beta = b & (D) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \delta\alpha + \delta\beta = -a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta\alpha + \delta\beta = -\delta\frac{b}{a} \\ \delta\alpha + \delta\beta = -a \end{cases} \Rightarrow -a = -\delta\frac{b}{a} \Rightarrow a^2 = \delta b \quad (I)$$

از مقایسه‌ی A و C نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} \alpha \times \beta = \frac{1}{a} \\ \delta\alpha \times \delta\beta = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \times \beta = \frac{1}{a} \\ 2\delta\alpha \times \beta = b \end{cases} \Rightarrow 2\delta \times \frac{1}{a} = b \Rightarrow b = \frac{2\delta}{a} \quad (II)$$

از مقایسه‌ی B و D نتیجه می‌گیریم:

از (I) و (II) نتیجه می گیریم:

$$a^2 = 5b \xrightarrow{b=\frac{25}{a}} a^2 = 5 \times \frac{25}{a} \Rightarrow a^3 = 125 \Rightarrow a = 5 \xrightarrow{b=\frac{25}{a}} b = 5$$

$$g(x) = 5x^2 + 5x + 1$$

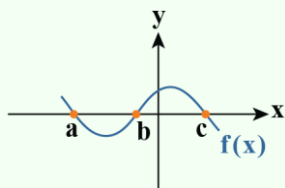
پس ضابطه‌ی تابع $g(x)$ برابر است با:

چون دهانه‌ی سهمی $g(x)$ رو به بالاست پس کمترین مقدار سهمی همان عرض نقطه‌ی رأس سهمی است. ببینید:

$$y_{\min} = y_s = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{5^2 - 4 \times 5 \times 1}{4 \times 5} = -\frac{5}{4 \times 5} = -\frac{1}{4} = -0.25$$

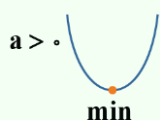
🎯 صفرهای تابع

منظور از صفرهای تابع $f(x)$ همان نقاط برخورد تابع $f(x)$ با محور x ها می باشد. برای به دست آوردن صفرهای تابع $f(x)$ ، کافی است معادله‌ی $f(x) = 0$ را حل کنیم.

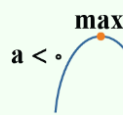


a, b, c صفرهای تابع $f(x)$ هستند.

🎯 محاسبه‌ی بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$



$$a > 0 \quad y_{\min} = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$$



$$a < 0 \quad y_{\max} = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$$

● گروه آموزشی ماز ●

۱۲- معادله $\sqrt{x^2 + x + a} + \sqrt{x - b} = 0$ برای هر $b \in \mathbb{R}$ بدون جواب است. حدود a کدام است؟

(۴) $a > -\frac{1}{4}$

(۳) $a < -\frac{1}{4}$

(۲) $a > \frac{1}{4}$

(۱) $a < \frac{1}{4}$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

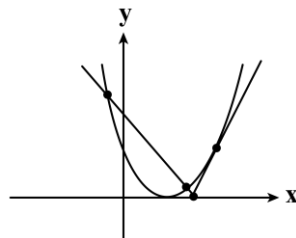
اگر جمع چند عبارت نامنفی برابر صفر باشد، هر یک از عبارت‌ها باید برابر صفر باشند. اگر ریشه یکسانی همه عبارت‌ها را صفر کند در این صورت آن ریشه، جواب معادله است.

تنها ریشه عبارت $\sqrt{x - b}$ برابر b است، بنابراین $x = b$ نباید ریشه عبارت $\sqrt{x^2 + x + a}$ نیز باشد، یعنی معادله $b^2 + b + a = 0$ دارای جواب نیست.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 1 - 4a < 0 \Rightarrow a > \frac{1}{4}$$

● گروه آموزشی ماز ●

۱۳- شکل زیر نمودار توابع $f(x) = (x - a)^2$ و $g(x) = |2x - 3a|$ را نشان می دهد. مجموع جواب‌های صحیح نامعادله $f(x) \leq g(x)$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

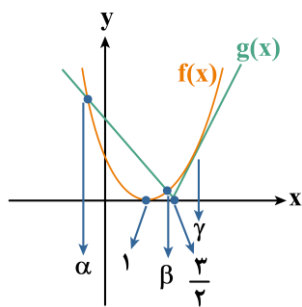
(سخت - محاسباتی / مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به نمودار معادله $f(x) = g(x)$ به ازای $x > \frac{3}{2}a$ دارای ریشه مضاعف است.

$$(x - a)^2 = 2x - 3a \Rightarrow x^2 - 2(a + 1)x + a^2 + 3a = 0 \xrightarrow{\Delta=0} 4(a + 1)^2 - 4 \times 1 \times (a^2 + 3a) = 0$$

$$\Rightarrow 4(a^2 + 2a + 1) - 4(a^2 + 3a) = 0 \Rightarrow -4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = (x - 1)^2 \\ g(x) = |2x - 3| \end{cases}$$



به محاسبه α و β می‌پردازیم که با توجه به شکل از $\frac{3}{2}$ کوچک‌تر هستند.

$$f(x) = g(x) \xrightarrow{\alpha < \beta < \frac{3}{2}} (x-1)^2 = -(2x-3) \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = -2x + 3$$

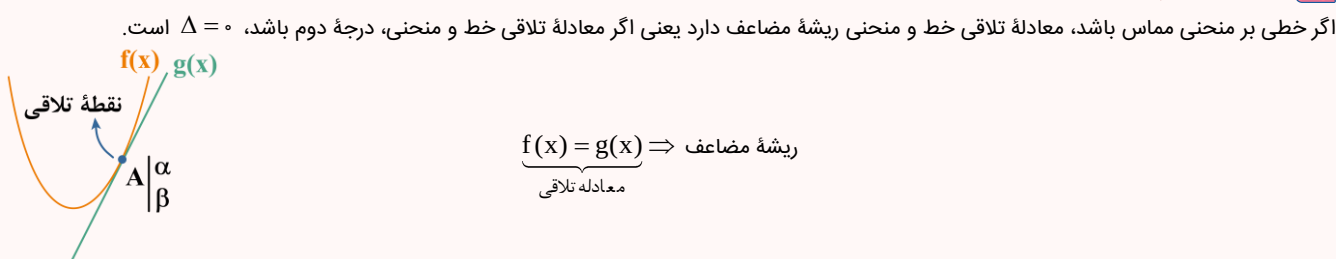
$$\Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\sqrt{2} \\ \beta = \sqrt{2} \end{cases}$$

برای محاسبه γ داریم:

$$f(x) = g(x) \xrightarrow{\gamma > \frac{3}{2}} (x-1)^2 = 2x-3 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = \gamma = 2$$

حال با توجه به شکل مجموعه جواب نامعادله $f(x) \leq g(x)$ برابر است با: اعداد صحیح در مجموعه جواب نامعادله $\{-1, 0, 1, 2\}$ هستند که مجموع آن‌ها برابر $-1 + 0 + 1 + 2 = 2$ یعنی γ می‌باشد.

خط مماس بر منحنی



گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر تابع f در $x=4$ پیوستگی راست داشته و $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4+h)-3}{2h} = 1$ باشد، حاصل $f(4) - f'_+(4)$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه در محاسبه $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4+h)-3}{2h} = 1$ حد مخرج برابر صفر و حاصل عدد مشخص (۱) شده پس حد صورت نیز برابر صفر می‌شود. بنابراین:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} f(4+h) - 3 = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) = 3$$

چون تابع $f(x)$ در $x=4$ پیوستگی راست دارد، پس:

حد داده شده را بازنویسی می‌کنیم، ببینید:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4+h)-3}{2h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4+h)-f(4)}{2h} = 1 \xrightarrow{\times 2} \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(4+h)-f(4)}{h} = 2 \Rightarrow f'_+(4) = 2$$

پس:

$$f(4) - f'_+(4) = 3 - 2 = 1$$

تعریف مشتق

اگر حاصل $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ عددی مشخص باشد، حاصل این حد را مشتق تابع $f(x)$ در $x=a$ می‌گوییم.

حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ را در صورت وجود، مشتق راست تابع $f(x)$ در $x=a$ نامیده و آن را با $f'_+(a)$ نشان می‌دهیم. همچنین حاصل

$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ را در صورت وجود، مشتق چپ تابع $f(x)$ در $x=a$ نامیده و آن را با $f'_-(a)$ نشان می‌دهیم. اگر مشتق‌های راست و چپ اعداد مشخصی بوده و با هم برابر باشند، می‌گوییم تابع $f(x)$ در $x=a$ مشتق‌پذیر است.



ارتباط پیوستگی و مشتق پذیری

اگر تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آن گاه در این نقطه پیوسته است. عکس این گزاره همواره درست نیست اما عکس نقیض این گزاره همواره درست است.
 قطعاً تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است. $\rightarrow$ تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد.
 نمی توان گفت تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر است. $\rightarrow$ تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته باشد.
 قطعاً تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر نیست. $\rightarrow$ تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته نباشد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- نیم خط های مماس راست و چپ تابع $f(x) = \frac{|x^2 - 4|\sqrt{x^2 - x + 3}}{x - a}$ در $x = -2$ بر هم عمودند. قدر مطلق تفاضل مقادیر قابل قبول برای a چقدر است؟

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۴ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

شیب نیم مماس های راست و چپ در $x = -2$ را محاسبه می کنیم.

$$\begin{aligned} \text{شیب نیم مماس راست} &= f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4|\sqrt{x^2 - x + 3}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4|\sqrt{x^2 - x + 3}}{(x - a)(x + 2)} \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x - 2)(x + 2)\sqrt{x^2 - x + 3}}{(x + 2)(x - a)} = \frac{4 \times 3}{-2 - a} = \frac{12}{-2 - a} = \frac{-12}{2 + a} \end{aligned}$$

شیب نیم مماس چپ با روش مشابه برابر $\frac{12}{2 + a}$ می باشد. چون دو نیم مماس بر هم عمودند، بنابراین حاصل ضرب شیب آن ها برابر -1 است.

$$f'_+(-2) \times f'_-(-2) = -1 \Rightarrow \left(\frac{12}{2 + a}\right) \times \left(\frac{-12}{2 + a}\right) = -1 \Rightarrow (a + 2)^2 = 144$$

$$\Rightarrow a + 2 = \pm 12 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 10 \\ a_2 = -14 \end{cases}$$

$$|a_1 - a_2| = |10 - (-14)| = 24$$

پس جواب برابر است با:

مشتق های راست و چپ در $x = a$

$$\begin{aligned} x = a \text{ در مشتق راست} \quad f'_+(a) &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \quad \text{یا} \quad f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \\ x = a \text{ در مشتق چپ} \quad f'_-(a) &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} \quad \text{یا} \quad f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی ۹۰

اگر مماس چپ و مماس راست تابع $f(x) = |x|(x + a)$ در نقطه گوشه ای آن عمود بر هم باشند، مجموعه مقادیر a کدام است؟

$\emptyset$ (۴)

$\{-1, 1\}$ (۳)

$\{1\}$ (۲)

$\{-1\}$ (۱)

گروه آموزشی ماز

۱۶- در تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$ حاصل $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$-\infty, -\infty$ (۴)

$+\infty, -\infty$ (۳)

$-\infty, +\infty$ (۲)

$+\infty, +\infty$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

مشتق تابع $f(x)$ را در $x = 0$ محاسبه می کنیم. ببینید:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[3]{x - 1}}{\sqrt[3]{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x - 1}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

به روش مشابه $f'_-(0) = +\infty$ می باشد.



روش دوم:

تابع $f(x)$ را به صورت $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[3]{x-1}$ می‌نویسیم که در $x=0$ دارای نقطه بازگشتی است. پس از بین مشتقات راست و چپ یکی $+\infty$ و دیگری $-\infty$ است. پس گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند و می‌توانیم فقط یکی از مشتقات راست و چپ را محاسبه کنیم تا به جواب درست برسیم.

نقطه بازگشتی

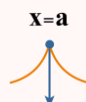
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[3]{x-1} \Rightarrow \text{نقطه بازگشتی } x=0$$

یکی از انواع نقاط مشتق‌ناپذیر، نقطه بازگشتی می‌باشد. در این نقطه تابع پیوسته بوده و از بین مشتق‌های راست و چپ یکی $+\infty$ و دیگری $-\infty$ می‌باشد.



$$f'_+(a) = +\infty$$

$$f'_-(a) = -\infty$$



$$f'_+(a) = -\infty$$

$$f'_-(a) = +\infty$$

توابع $f(x) = \sqrt[2n+1]{x-a} \times g(x)$ و $f(x) = \sqrt[2m]{x-a} \times g(x)$ ($g(a) \neq 0$) در $x=a$ دارای نقطه مشتق‌ناپذیر از نوع بازگشتی هستند. (در این نقاط خط مماس قائم رسم می‌شود).

گروه آموزشی ماز

۱۷- اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس بر تابع $f(x) = |x+1|(2x+1)$ در نقطه گوشه آن چقدر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ریشه داخل قدرمطلق یعنی $x = -1$ نقطه گوشه (زاویه‌دار) می‌باشد.

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{|x+1|(2x+1) - 0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(2x+1)}{x+1} = -1$$

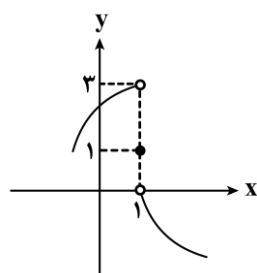
$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x+1|(2x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x+1)(2x+1)}{x+1} = +1$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$f'_-(-1) - f'_+(-1) = 1 - (-1) = 2$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- نمودار تابع f در زیر رسم شده است. اگر $g(x) = (\sqrt[3]{x}-1)f(x)$ باشد، حاصل $g'_+(1) - g'_-(1)$ چقدر است؟



۱ (۱)

۱ (۲)

۱ (۳)

۱ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)f(x) - 0}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{3} \Rightarrow \begin{cases} g'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{3} = \frac{1}{3} \\ g'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{3} = \frac{3}{3} = 1 \end{cases}$$

بنابراین جواب برابر است با:

$$g'_-(1) - g'_+(1) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = x[-x]$ درست است؟

(۲) $f'_-(1) = -1$ و $f'_+(1)$ وجود ندارد

(۱) $f'_-(1)$ و $f'_+(1)$ وجود ندارد

(۴) $f'_-(1)$ و $f'_+(1)$ وجود ندارند

(۳) $f'_-(1) = -1$, $f'_+(1) = -2$

پاسخ: گزینه ۲

مشتق چپ و راست تابع را در $x=1$ به دست می‌آوریم:

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x[-x] - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x^2 + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} -(x+1) = -2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x[-x] - (-1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x^2 + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x+1) = -2$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- اگر تابع f در $x=-1$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h^2 - h} = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x^2 - 1}$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا حد داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h^2 - h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h(h-1)} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1}{h-1} \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = -1 \times f'_+(-1) = 2 \Rightarrow f'_+(-1) = -2$$

با توجه به اینکه تابع f در $x=-1$ مشتق پذیر است، پس:

$$f'_-(-1) = f'_+(-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{f(x) - f(-1)}{(x+1)(x-1)} \times \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{2} f'_-(-1) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۱- مکان هندسی مجموعه نقاطی از صفحه که از خط $x=-2$ و نقطه $A(-4,1)$ به یک فاصله هستند، در چند نقطه محورهای مختصات را قطع می‌کند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

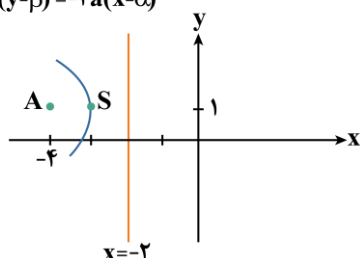
(۱) صفر

پاسخ: گزینه ۲

مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌شان از یک نقطه ثابت و از یک خط ثابت به یک اندازه باشد، سهمی است و نقطه ثابت کانون و خط ثابت، خط هادی نامیده می‌شود.

با توجه به اینکه خط هادی، قائم است، سهمی افقی است:

$$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$$



$$y_S = 1, x_S = \frac{(-4) + (-2)}{2} = -3 \Rightarrow \text{نقطه رأس } S(-3, 1)$$

با توجه به اینکه نقطه رأس، سمت چپ خط هادی قرار دارد پس دهانه سهمی به سمت چپ باز می‌شود.

$$|a| = AS = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$(y-1)^2 = -4 \times 1 \times (x+3) \Rightarrow (y-1)^2 = -4(x+3)$$

پس معادله سهمی برابر است با:

حال محل برخورد با محورهای مختصات را محاسبه می‌کنیم:

سهمی محور y را قطع نمی‌کند. $\rightarrow$ غیرممکن است $\Rightarrow (y-1)^2 = -12 \Rightarrow$ برخورد با محور y ها

$$(0-1)^2 = -4(x+3) \Rightarrow x+3 = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{13}{4}$$

برخورد با محور x ها $\rightarrow$

پس سهمی محورهای مختصات (محور x ها را) در یک نقطه قطع می‌کند.

سهمی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله آن‌ها از نقطه‌ای ثابت به نام کانون سهمی و خطی ثابت به نام خط هادی سهمی برابر است.

$MF = MH$

فاصله رأس سهمی تا خط هادی را با a نشان می‌دهیم که برابر فاصله کانون تا نقطه رأس است. پس فاصله کانون سهمی تا خط هادی برابر $2a$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۲- یک سهمی با کانون $F(-1, 1)$ از نقطه $M(2, 5)$ عبور می‌کند. معادله خط هادی این سهمی کدام نمی‌تواند باشد؟

(۴) $y = 10$

(۳) $x = -6$

(۲) $y = 0$

(۱) $x = 7$

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به تعریف سهمی فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون، با فاصله آن نقطه از خط هادی برابر است. فاصله نقطه M از کانون را محاسبه می‌کنیم

$$MF = \sqrt{(2+1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

بنابراین فاصله M از خط هادی نیز باید برابر با ۵ باشد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $x = 7$ فاصله M از خط $|7-2| = 5$ ✓

۲) $y = 0$ فاصله M از خط $|5-0| = 5$ ✓

۳) $x = -6$ فاصله M از خط $|-6-2| = 8$ ✗

۴) $y = 10$ فاصله M از خط $|10-5| = 5$ ✓

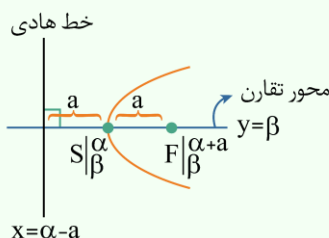
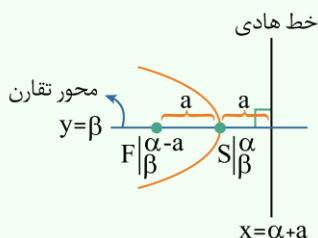
بنابراین جواب گزینه ۳ می‌باشد.

سهمی را در ۲ حالت افقی و عمودی بررسی می‌کنیم

۱) سهمی افقی و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است:

دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود.

دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود.



معادله سهمی: $(y-\beta)^2 = -4a(x-\alpha)$

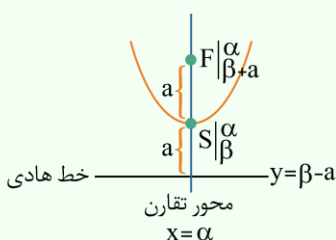
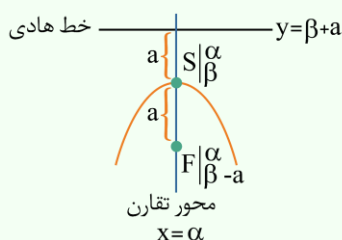
معادله سهمی: $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$

در معادله سهمی افقی، y دارای توان ۲ و x دارای توان ۱ است. در سهمی افقی، خط هادی یک خط قائم و محور تقارن یک خط افقی است.

۲) سهمی قائم و $S(\alpha, \beta)$ نقطه رأس آن است:

دهانه سهمی رو به پایین باز می‌شود.

دهانه سهمی رو به بالا باز می‌شود.



معادله سهمی: $(x-\alpha)^2 = -4a(y-\beta)$

معادله سهمی: $(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$

در معادله سهمی قائم، y دارای توان ۱ و x دارای توان ۲ است. در سهمی قائم، خط هادی یک خط افقی و محور تقارن یک خط قائم است.

گروه آموزشی ماز

۲۳- یک سهمی قائم از مبدأ مختصات گذشته و رأس آن نقطه $S(1, 4)$ است. مجموع طول و عرض نقطه کانون این سهمی کدام است؟

(۴) $\frac{81}{16}$

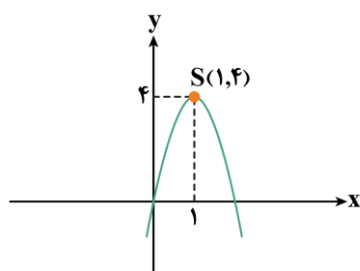
(۳) $\frac{79}{16}$

(۲) $\frac{78}{16}$

(۱) $\frac{77}{16}$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)



همان طور که دیده می شود، با توجه به مختصات نقاط، دهانه سهمی باید رو به پایین باشد. بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$(x - \alpha)^2 = -4a(y - \beta) \Rightarrow (x - 1)^2 = -4a(y - 4)$$

(-) چون دهانه رو به پایین است $\rightarrow (-1)^2 = -4a(-4) \Rightarrow 16a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{16}$
 سهمی از (۰، ۰) می گذرد

بنابراین مختصات کانون برابر است با:

$$F(1, 4 - \frac{1}{16}) = (1, \frac{63}{16})$$

پس جواب برابر است با:

$$F \text{ نقطه } = 1 + \frac{63}{16} = \frac{79}{16}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- مکان هندسی مرکز دایره‌ای که بر دایره $x^2 + y^2 = 1$ مماس خارج و بر خط $y = -3$ مماس هستند، را C می نامیم. منحنی C، سهمی $y = -x^2$ را در نقاطی با کدام طول ها قطع می کند؟

(۴) $\pm \frac{4}{5}$

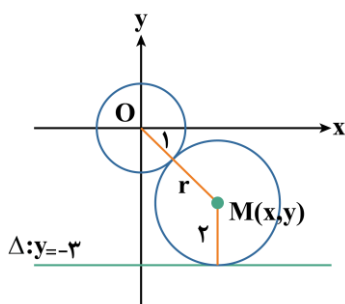
(۳) $\pm \frac{5}{4}$

(۲) $\pm \frac{3}{4}$

(۱) $\pm \frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۲)



دایره $x^2 + y^2 = 1$ به مرکز $O(0,0)$ و شعاع $R=1$ است. فرض کنید که نقطه M یکی از نقاط روی مکان هندسی مورد نظر باشد، بنابراین $MO = r+1$ و فاصله M از خط Δ است. به عبارتی فاصله M از O یک واحد بیشتر از فاصله M از خط Δ است.

حال اگر خط $\Delta': y = -4$ را در نظر بگیریم، آنگاه فاصله نقطه M از O و خط Δ' به یک اندازه خواهد بود. بنابراین نقطه M روی یک سهمی واقع است که کانون آن و خط $y = -4$ خط هادی آن است. معادله سهمی را می نویسیم:

سهمی قائم است و دهانه آن رو به بالا باز می شود. $\Rightarrow a=2, S(0, -2) \Rightarrow y = -4$ خط هادی، $F(0,0)$
 $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta) \Rightarrow x^2 = 8(y + 2)$

طول نقاط برخورد سهمی فوق با سهمی $y = -x^2$ مطلوب سؤال است. پس:

$$x^2 = 8(y + 2), y = -x^2 \Rightarrow x^2 = 8(-x^2 + 2) \Rightarrow 9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- خط $x=1$ ، خط هادی یک سهمی بوده که کانون آن روی نیمساز ربع اول و سوم واقع است. اگر این سهمی از نقطه $M(-2, 1)$ عبور کند، آنگاه سهمی محور xها را با کدام طول قطع می کند؟

(۴) $-\frac{7}{6}$

(۳) $-\frac{6}{5}$

(۲) $-\frac{5}{6}$

(۱) $-\frac{6}{7}$

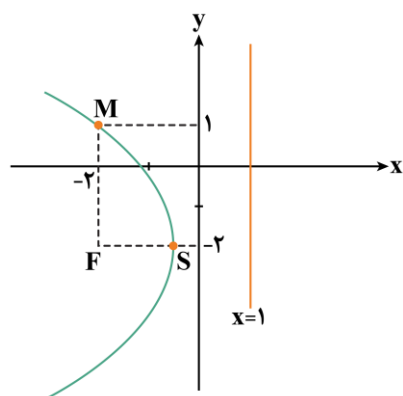
پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

کانون سهمی (F) روی خط $y = x$ واقع است پس مختصات آن $F(k, k)$ می باشد. از طرفی مطابق تعریف سهمی، فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی یکسان است. بنابراین:

$$|MF| = \sqrt{(k+2)^2 + (k-1)^2} = \text{فاصله } M \text{ از خط هادی} \Rightarrow |MF| = 3 \Rightarrow M(-2, 1) \text{ از خط } x=1$$

$$\Rightarrow (k+2)^2 + (k-1)^2 = 9 \Rightarrow 2k^2 + 2k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \Rightarrow F(-2, -2) \checkmark \\ k = 1 \Rightarrow F(1, 1) \end{cases}$$



غقق زیرا کانون روی خط هادی واقع می شود که غیرممکن است.

$$\text{فاصله کانون تا خط هادی} = 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, S = (-2 + \frac{3}{2}, -2)$$

$$\Rightarrow \text{نقطه رأس } S(-\frac{1}{2}, -2)$$

سهمی افقی بوده و دهانه آن به سمت چپ باز می شود. حال معادله سهمی را می نویسیم:

$$(y-\beta)^2 = -4a(x-\alpha) \Rightarrow (y+2)^2 = -4 \times \frac{3}{2}(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow (y+2)^2 = -6(x+\frac{1}{2})$$

برخورد با محور x ها مدنظر است. پس:

$$(y+2)^2 = -6(x+\frac{1}{2}) \xrightarrow{y=0} 2^2 = -6(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow -\frac{2}{3} = x + \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{7}{6}$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- پاره خطی گذرنده از کانون یک سهمی و موازی خط هادی آن می کشیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. همچنین از کانون پاره خطی عمود بر

خط هادی می کشیم تا خط هادی را در نقطه H قطع کند. زاویه $\widehat{MHN}$ چقدر است؟

۱۵۰° (۴)

۱۲۰° (۳)

۹۰° (۲)

۶۰° (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

شکل فرضی مقابل را در نظر بگیرید:

نقطه M روی سهمی واقع است بنابراین: $MH_1 = MF$

نقطه N روی سهمی واقع است بنابراین: $NH_2 = NF$

از طرفی $MN \parallel \Delta$ و MH_1 و NH_2 و FH هر سه عمود بر Δ هستند، پس:

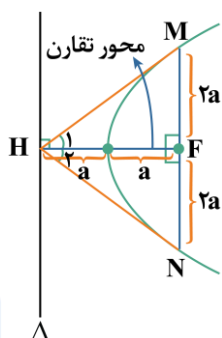
$$NH_2 = MH_1 = FH = 2a$$

پس مثلث های $\triangle MFH$ و $\triangle HFN$ متساوی الساقین و قائم الزاویه هستند. در نتیجه:

$$\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 45^\circ \Rightarrow \widehat{H} = \widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

روش دوم:

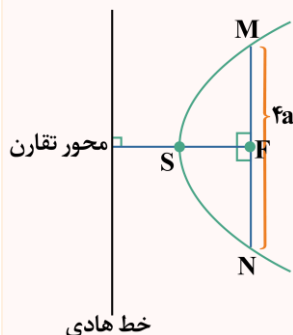
طول پاره خط گذرنده از کانون که موازی خط هادی بوده و سهمی را در نقطه M و N قطع می کند برابر $4a$ می باشد. همچنین خطی که از کانون گذشته و بر خط هادی عمود است همان محور تقارن است. پس:



$$\begin{aligned} HF = FM &\Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{M} = 45^\circ \\ HF = NF &\Rightarrow \widehat{H}_2 = \widehat{N} = 45^\circ \end{aligned} \Rightarrow \widehat{H} = 90^\circ$$

وتر کانونی سهمی

که از کانون سهمی می گذرد و بر محور تقارن سهمی عمود است را وتر کانونی می گوئیم.



گروه آموزشی ماز

۲۷- نقاط M و N روی سهمی $y^2 - 4y = 4x$ واقع هستند و از کانون و رأس سهمی به یک فاصله می‌باشند. حاصل ضرب عرض نقاط M و N چقدر است؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله سهمی را به فرم استاندارد می‌نویسیم. ببینید:

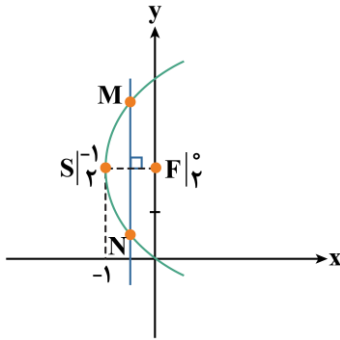
$$y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$$

$$S(-1, 2), 4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

سهمی افقی بوده و دهانه آن رو به راست می‌شود. بنابراین:

نقاط M و N از S و F به یک فاصله هستند پس روی عمود منصف پاره خط FS یعنی روی خط $x = -\frac{1}{2}$ قرار

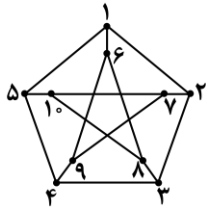
دارند. بنابراین:



$$\begin{cases} (y-2)^2 = 4(x+1) \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (y-2)^2 = 2 \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_M = 2 + \sqrt{2} \\ y_N = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow y_M \times y_N = (2 + \sqrt{2}) \times (2 - \sqrt{2}) = 2$$

گروه آموزشی ماز



۲۸- کدام مجموعه احاطه گر برای گراف مقابل، یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال است؟

- ۱) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ۲) $\{6, 7, 8, 9\}$
- ۳) $\{1, 5, 7, 8\}$
- ۴) $\{2, 5, 8, 9\}$

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ احاطه گر مینیمال است زیرا با حذف هر کدام از رئوس، مجموعه رئوس باقی‌مانده، احاطه گر نخواهند بود.
- ۲ این مجموعه اصلاً احاطه گر نیست زیرا هیچ کدام از رئوس مجموعه $\{6, 7, 8, 9\}$ رأس ۵ را احاطه نمی‌کنند.
- ۳ مجموعه $\{1, 5, 7, 8\}$ احاطه گر است اما مینیمال نیست زیرا با حذف رأس ۱ از مجموعه، مجموعه باقی‌مانده یعنی $\{5, 7, 8\}$ باز هم احاطه گر خواهد بود. پس جواب گزینه ۳ است.
- ۴ مجموعه $\{2, 5, 8, 9\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمال است.

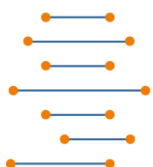
گروه آموزشی ماز

۲۹- در گرافی از مرتبه ۱۴ مقدار Δ برابر ۱ است. اگر بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای γ در آن گراف را a و کم‌ترین مقدار ممکن برای γ را b بنامیم، آن‌گاه حاصل $5a + b$ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

- ۱ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



مقدار γ وقتی ماکزیمم است که تعداد رئوس از درجه صفر ماکزیمم باشند و آن موقعی حاصل می‌شود که گراف فقط یک یال داشته باشد، در این صورت، گراف ۱۲ رأس تنها داشته و مقدار γ برابر ۱۳ به دست می‌آید. بنابراین: $a = 13$.
 مقدار γ وقتی مینیمم است که گراف مطابق شکل مقابل گرافی ۱- منتظم باشد که در این صورت مقدار γ برابر ۷ خواهد شد و $b = 7$.

بنابراین $5a + b$ برابر ۷۲ شده و درستی گزینه ۳ تایید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۳۰- در گرافی از مرتبه ۵۲ مقدار γ برابر ۱۱ است. در آن گراف حداقل مقدار ممکن برای Δ کدام عدد خواهد بود؟

- ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴ (۶)

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی - ۱۳۰۲)

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow 11 \geq \left\lceil \frac{52}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \Delta_{\min} = 4$$

اگر گراف را به صورت ۱۰ تا K_5 و یک K_2 در نظر بگیریم به منظور خواهیم رسید.

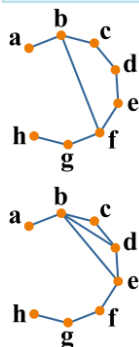
گروه آموزشی ماز

۳۱- به گراف P_8 حداقل چند یال اضافه کنیم تا مقدار γ در آن گراف برابر ۲ شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)



با اضافه کردن فقط ۱ یال به منظور نمی‌رسیم، چون در این صورت مقدار Δ حداکثر ۳ شده و حداکثر دو رأس نقش Δ را دارند. هر یک از آن دو رأس با احتساب خود، چهار رأس را احاطه می‌کنند که در بین رئوس احاطه شده اشتراکاتی وجود دارد، بنابراین تمام ۸ رأس احاطه نمی‌شوند.

با اضافه کردن ۲ یال مانند شکل مقابل به منظور می‌رسیم چرا که مجموعه $\{b, g\}$ احاطه‌گر می‌شود.

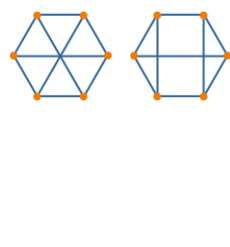
گروه آموزشی ماز

۳۲- در گرافی ۳- منتظم از مرتبه P مقدار γ برابر ۳ شده است. P چند مقدار متمایز می‌تواند باشد؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - ۱۳۰۲)



گراف ۳- منتظم از مرتبه فرد وجود ندارد.

گراف ۳- منتظم از مرتبه ۴ منحصر به فرد بوده (گراف کامل) و مقدار γ در آن برابر ۱ است.

گراف ۳- منتظم از مرتبه ۶ دو نوع وجود دارد. (مطابق شکل مقابل) که عدد احاطه‌گری هر دو، برابر ۲ است.

گراف ۳- منتظم از مرتبه ۸، اگر به صورت مقابل باشد، آن‌گاه مقدار γ در آن برابر ۳ است.

در گراف ۳- منتظم از مرتبه ۱۰ هم مقدار γ می‌تواند ۳ باشد (مثلاً اگر آن گراف از اجتماع گراف ۳- منتظم از مرتبه ۴ و ۳- منتظم از مرتبه ۶ تشکیل شده باشد)

در گراف ۳- منتظم از مرتبه ۱۲ هم مقدار γ می‌تواند ۳ باشد (مثلاً اگر آن گراف از اجتماع سه گراف K_4 تشکیل شده باشد).

با توجه به نابرابری $\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ ، مقدار مرتبه نمی‌تواند از ۱۲ بیش‌تر باشد. بنابراین مرتبه گراف جدید اعداد ۸، ۱۰ یا ۱۲ است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- به ازای چند مقدار طبیعی برای n تساوی $\gamma(C_{4n}) = 3\gamma(P_n) + 2$ برقرار است؟

- ۰ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (بیش از ۳)

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۲)

سه حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

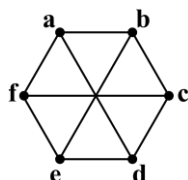
$$I) n = 3k \Rightarrow \gamma(C_{12k}) = 3\gamma(P_{3k}) + 2 \Rightarrow 4k = 3k + 2 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow n = 6$$

$$II) n = 3k + 1 \Rightarrow \gamma(C_{12k+4}) = 3\gamma(P_{3k+1}) + 2 \Rightarrow 4k + 2 = 3(k+1) + 2 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow n = 10$$

$$III) n = 3k + 2 \Rightarrow \gamma(C_{12k+8}) = 3\gamma(P_{3k+2}) + 2 \Rightarrow 4k + 3 = 3(k+1) + 2 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین برای n سه جواب یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز



۳۴- گراف مقابل چند مجموعه احاطه گر مینیمال شامل رأس a دارد؟

- ۱) ۶
۲) ۵
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - مفهومی - ۱۲۰۲)

در این گراف $\gamma = 2$ است. زیرا:

$$\Delta = 3, P = 6 \Rightarrow \left\lceil \frac{P}{\Delta + 1} \right\rceil \leq \gamma \Rightarrow \left\lceil \frac{6}{3 + 1} \right\rceil \leq \gamma \Rightarrow 2 \leq \gamma$$

از طرفی مجموعه‌ای مانند $\{a, b\}$ یک مجموعه احاطه گر است پس: $\gamma \leq 2$

بنابراین $2 \leq \gamma \leq 2$ یعنی $\gamma = 2$ می‌باشد.

γ -مجموعه‌های شامل a عبارت‌اند از:

$\{a, b\}, \{a, d\}, \{a, f\}$

$\{a, c, e\}$

از طرفی گراف یک مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم شامل رأس a دارد:

بنابراین گراف داده شده، ۴ مجموعه احاطه گر مینیمال شامل رأس a دارد. آیا می‌توانید به عنوان یک تمرین نشان دهید که این گراف مجموعه احاطه گر مینیمال دیگری شامل عضو a (به جز ۴ مورد گفته شده) ندارد؟

مینیمال و مینیمم، مسئله این است!

هر مجموعه احاطه گر مینیمم گراف یک مجموعه احاطه گر مینیمال است، اما هر مجموعه احاطه گر مینیمال، لزوماً مجموعه احاطه گر مینیمم نمی‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۵- در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 10^\circ$ و $\hat{B} = 20^\circ$ است. اگر $AB = 10$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) $10\sqrt{3}$

۴) $5\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

زاویه $\hat{C}$ در این مثلث برابر 150° است زیرا:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow[\hat{B}=20^\circ]{\hat{A}=10^\circ} 10^\circ + 20^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 150^\circ$$

طبق درسنامه داریم:

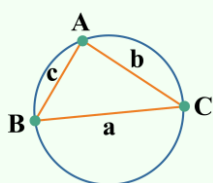
$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 150^\circ} = 2R \Rightarrow 2R \sin 150^\circ = 10 \xrightarrow{\sin 150^\circ = \sin 30^\circ} 2R \times \frac{1}{2} = 10 \Rightarrow R = 10$$

دایره محیطی مثلث

دایره‌ای که از هر ۳ رأس مثلث می‌گذرد و مرکز آن، محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث می‌باشد.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R: شعاع دایره محیطی مثلث



گروه آموزشی ماز

۳۶- در شکل مقابل، مساحت مثلث BCD برابر $15\sqrt{3}$ می‌باشد. اگر زاویه $\hat{D}$ منفرجه باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱) $15\sqrt{3}$

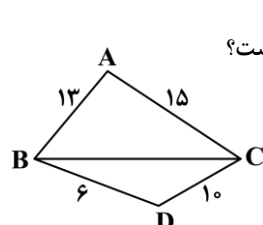
۲) $30\sqrt{3}$

۳) ۴۲

۴) ۸۴

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)



زاویه $\hat{D}$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BD \times CD \times \sin \hat{D} \Rightarrow 15\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin \hat{D} \Rightarrow \sin \hat{D} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\hat{D} > 90^\circ} \hat{D} = 120^\circ$$

حال به کمک قضیه $\cos$ ها، طول ضلع BC را محاسبه می‌کنیم:

$$BC^2 = BD^2 + DC^2 - 2BD \times DC \times \cos \hat{D} \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 36 + 100 + 60 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

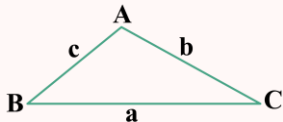
حال به کمک دستور هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم.

$$2P = AB + AC + BC \Rightarrow 2P = 13 + 14 + 15 \Rightarrow P = 21$$

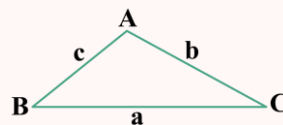
$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{21 \times (21-13) \times (21-14) \times (21-15)} = 84$$

مساحت مثلث

مساحت هر مثلث برابر $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ۲ ضلع در $\sin$ زاویه بین آن ۲ ضلع می‌باشد.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B}$$

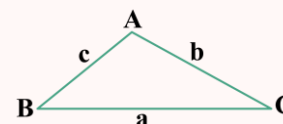


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

قضیه $\cos$ ها در مثلث

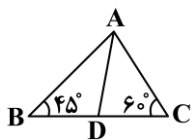


$$P = \frac{a+b+c}{2} \quad (\text{نصف محیط مثلث})$$

دستور هرون برای محاسبه مساحت مثلث

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad \text{دستور هرون}$$

گروه آموزشی ماز



$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۳۷- در مثلث روبرو، $\hat{C} = 60^\circ$ و $\hat{B} = 45^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، کدام است؟ $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث ADC و ABD دارای ارتفاع یکسان هستند، پس نسبت مساحت دو مثلث برابر نسبت قاعده دو مثلث است. پس:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{DC}{BD}$$

حال نسبت DC به BD را به کمک قضیه نیمسازها به دست می‌آوریم:

$$\frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

نسبت $\frac{AC}{AB}$ را به کمک قضیه $\sin$ ها محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

قضیه نیمسازها

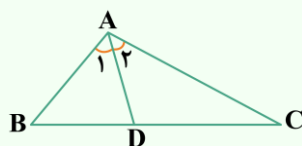
اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ در مثلث ABC باشد، داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

از نسبت مساحت دو مثلث بدانید:

اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت دو مثلث با نسبت قاعده دو مثلث برابر است.

اگر دو مثلث دارای قاعده برابر باشند، نسبت مساحت دو مثلث با نسبت ارتفاع دو مثلث برابر است.



گروه آموزشی ماز

۳۸- در یک مثلث به اضلاع ۲۵، ۳۹ و ۴۰ ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۳۹ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۲۴ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک قضیه هرون مساحت مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$2P = 25 + 39 + 40 \Rightarrow P = 52$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\frac{52}{4 \times 13} \times \frac{(52-25)}{27} \times \frac{(52-39)}{13} \times \frac{(52-40)}{12}} = \sqrt{13^2 \times 4 \times \frac{12}{4 \times 3} \times 27}$$

$$= \sqrt{13^2 \times 4^2 \times 81} = 13 \times 4 \times 9$$

$$S = \frac{1}{2} \times h \times 39 = 4 \times 9 \times 13 \Rightarrow h = 24$$

اگر h ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۳۹ باشد، داریم:

گروه آموزشی ماز

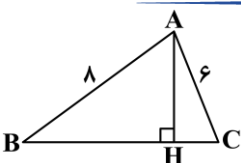
۳۹- در مثلث مقابل، اگر $AB=8$ ، $AC=6$ ، $\hat{AHC}=90^\circ$ و $\hat{HAC} = \frac{\hat{C}-\hat{B}}{2}$ باشد، آن‌گاه اندازه BC چقدر است؟

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۰ (۴)

۹ (۳)



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اگر نیمساز AD را رسم کنیم، آن‌گاه $\hat{DAH} = \frac{\hat{C}-\hat{B}}{2}$ است. (به درسنامه مراجعه کنید)

پس $\hat{DAH} = \hat{HAC}$ می‌باشد و می‌توان گفت مثلث ADC متساوی‌الساقین است. پس: $AD = AC = 6$
حال طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} BD = 4x \\ DC = 3x \end{cases}$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow 6^2 = 8 \times 6 - 4x \times 3x \Rightarrow 12x^2 = 12 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BD = 4 \\ DC = 3 \end{cases} \Rightarrow BC = 4 + 3 = 7$$

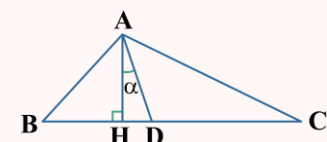
بنابراین:

زاویه بین ارتفاع و نیمساز

اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC و AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، آن‌گاه:

$$\alpha = \text{زاویه بین ارتفاع و نیمساز} = \frac{|\hat{B}-\hat{C}|}{2}$$

رابطه فوق را با فرض $\hat{B} > \hat{C}$ اثبات می‌کنیم:



$$\alpha = 90^\circ - \hat{D} \xrightarrow{\hat{D} = \frac{\hat{A}+\hat{C}}{2}} \alpha = 90^\circ - \left(\frac{\hat{A}}{2} + \hat{C}\right) = \frac{180^\circ}{2} - \frac{\hat{A}}{2} - \hat{C}$$

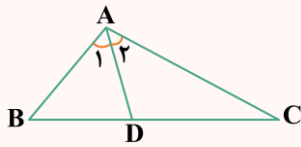
$$\Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} - \hat{C} \xrightarrow{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ} \alpha = \frac{\hat{B}+\hat{C}}{2} - \hat{C} \Rightarrow \alpha = \frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}$$

محاسبه طول نیمساز زوایای درونی مثلث

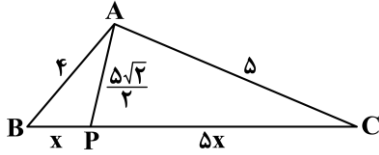
اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ در مثلث $\triangle ABC$ باشد، آنگاه:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

گروه آموزشی ماز



۴۰- در مثلث مقابل، اگر $AB=4$ ، $AP=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، $AC=5$ و $BC=6BP=6x$ باشد، آنگاه کسینوس زاویه $\hat{A}$ چقدر است؟



$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{10} \quad (4)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

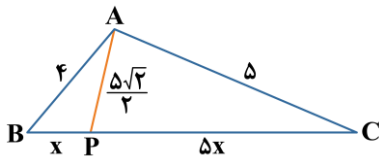
$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

طبق قضیه استوارت در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$AB^2 \times PC + AC^2 \times BP = AP^2 \times BC + BP \times PC \times BC$$



$$16 \times 5x + 25 \times x = \frac{25}{2} \times 6x + x \times 5x \times 6x \Rightarrow 80x + 25x = 75x + 30x^2 \Rightarrow 30x^2 = 30x \Rightarrow x^2 - x = 0$$

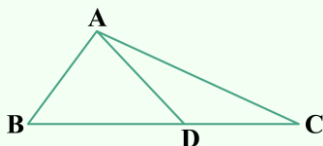
$$x(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غ ق ق} \\ x = 1 & \text{ق ق} \Rightarrow BC = 6 \\ x = 0 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

با استفاده از قضیه $\cos$ ها در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \times \cos \hat{A} \Rightarrow 40 \cos \hat{A} = 5 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{8}$$

قضیه استوارت



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



آزمونیاک | azmooniak

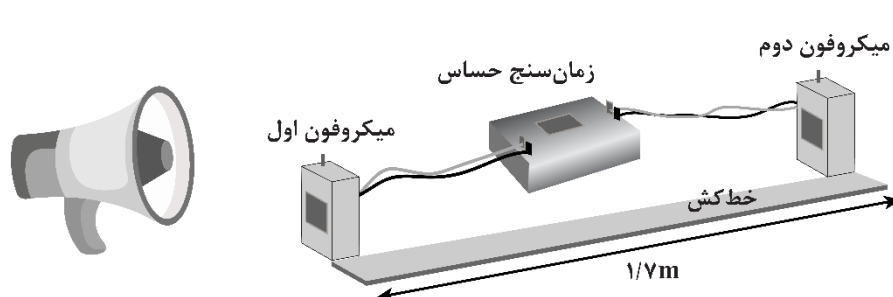
دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدواریم حالتون خوب باشه و با نزدیک شدن به عید، با تلاش و جدیت بیش‌تری مشغول به درس خوندن باشین. تمرکز اصلی این آزمون در بخش فیزیک دوازدهم روی مبحث **صوت** هست که معمولاً یک سؤال ازش در کنکورتون مطرح می‌شه. سؤالات مختلفی از **سرعت انتشار موج صوتی، شدت و تراز شدن صوت** و همین‌طور **اثر دوپلر** براتون آماده کردیم که اگه اتفاق خاصی نیفته انتظار داریم مشابه همین سؤالات رو در کنکورتون هم ببینین.

در بخش فیزیک پایه، به قسمت اصلی فصل **جریان الکتریکی**، یعنی حل و بررسی **مدارها** پرداختیم. این بخش دارای اهمیت بسیار زیادیه و ۲ یا حتی گاهی ۳ تست در کنکور ازش مطرح می‌شه. سعی کردیم سؤالات خوبی رو براتون آماده کنیم ولی حواستون باشه که سؤالات فصل مدار بسیار متنوع هستن و نیازه که علاوه‌بر این سؤالات، تست‌ها و تمرین‌های بیش‌تری رو بررسی کنین. البته طبق معمول، ما کنارتونیم و هم در ادامه آزمون‌های سالیانه امسال و هم در آزمون‌های **دوپینگ**، سؤالات مکمل این آزمون رو براتون آماده می‌کنیم تا کم‌کم به تسلط کافی در فصل مدار برسین.

سعید احمدی و سجاد صادقی‌زاده (رتبه ۱ کنکور ۹۲) - مسئولین درس فیزیک پایه دوازدهم آزمون ماز

۴۱- شکل زیر، یک دستگاه اندازه‌گیری سرعت صوت را نشان می‌دهد. با انجام کدامیک از تغییرات زیر، زمانی که زمان‌سنج حساس اندازه می‌گیرد، کاهش می‌یابد؟



- (۱) افزایش دمای هوا
- (۲) کاهش دمای هوا
- (۳) افزایش بسامد صوت بلندگو
- (۴) کاهش بسامد صوت بلندگو

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)

گزینه ۱

طبق رابطه $L = v\Delta t$ ، برای آن‌که زمان اندازه‌گیری‌شده توسط زمان‌سنج حساس کاهش یابد، باید سرعت انتشار صوت در محیط افزایش یابد. همان‌طور که می‌دانید با افزایش دمای هوا، سرعت انتشار صوت در آن افزایش می‌یابد.

تذکره!

بسامد صوت تأثیری بر سرعت انتشار آن ندارد، بنابراین با تغییر بسامد، عدد زمان‌سنج تغییری نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۴۲- در سونوگرافی از کاوه‌ای دستی با بسامد ۷MHz برای تشخیص بیماری استفاده می‌کنند. اگر تندی موج صوتی در بافتی نرم از بدن $1540 \frac{m}{s}$ باشد، طول موج این موج در این بافت چند متر است؟

(۴) $2/2 \times 10^{-4}$

(۳) $2/2 \times 10^{-6}$

(۲) $4/5 \times 10^{-6}$

(۱) $4/5 \times 10^{-3}$

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه زیر، به راحتی می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1540}{7 \times 10^6} = 220 \times 10^{-6} = 2/2 \times 10^{-4} m$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- به یک سر لوله توخالی بلندی به طول ۱۷۰m ضربه محکمی می‌زنیم. اختلاف زمانی بین دریافت دو صدا در گوش شنونده‌ای که در طرف دیگر این لوله قرار دارد، چند میلی‌ثانیه است؟ (تندی صوت در هوا و لوله به ترتیب $340 \frac{m}{s}$ و $6800 \frac{m}{s}$ است.)

(۴) ۵۰۰

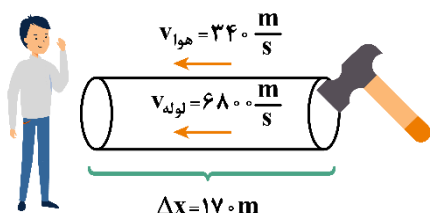
(۳) ۴۷۵

(۲) ۵۰

(۱) ۲۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



با توجه به رابطه $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ اختلاف زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_{\text{هوا}} - \Delta t_{\text{لوله}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{هوا}}} - \frac{\Delta x}{v_{\text{لوله}}} = \frac{170}{340} - \frac{170}{6800} = 0/5 - 0/025 = 0/475s = 475ms$$

امواج S و P در زمین لرزه

وقتی زمین لرزه‌ای رخ می‌دهد، دو نوع موج در مرکز آن تولید شده و با تندی ثابت به اطراف منتشر می‌شود. نوع اول، امواج عرضی است که آن را با (S) نشان می‌دهند و نوع دوم امواج طولی است که آن را با (P) نمایش می‌دهند. تندی امواج عرضی (S) همواره کمتر از تندی امواج طولی (P) است، در نتیجه امواج طولی (P) همواره زودتر به مقصد می‌رسند. اگر فرض کنیم نقطه‌ای در فاصله Δx از مرکز زمین لرزه باشد، امواج P در مدت t_p و امواج S، در مدت t_s این فاصله را طی می‌کنند، چون همواره $t_s > t_p$ است، پس اختلاف زمانی رسیدن دو موج به مقصد برابر خواهد بود با:

$$\Delta t = t_s - t_p$$

از طرفی چون این امواج با تندی ثابت حرکت می‌کنند، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$t_s = \frac{\Delta x}{v_s}, \quad t_p = \frac{\Delta x}{v_p}, \quad \Delta t = t_s - t_p \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_s} - \frac{\Delta x}{v_p}$$

این رابطه فقط برای امواج زلزله برقرار نیست. هرگاه دو موج با تندی‌های مختلف، فاصله یکسانی را طی کنند، می‌توانیم به همین ترتیب سؤال را حل کنیم. در کتاب درسی شما این مسئله به سه حالت بیان شده است.

- ۱- امواج زلزله: امواج اولیه و ثانویه با تندی‌های مختلف فاصله بین کانون زلزله تا دستگاه لرزه‌نگار را طی می‌کنند.
- ۲- امواج صوتی درون یک لوله: امواج صوتی یک بار از طریق دیواره لوله و بار دیگر از طریق هوای درون آن، طول لوله را طی می‌کنند.
- ۳- امواج دریافتی از طعمه توسط عقرب: امواج طولی و عرضی با تندی‌های مختلف فاصله طعمه تا عقرب ماسه‌ای را طی می‌کنند.

مثال ۱

یک دستگاه لرزه‌نگاری از یک زمین لرزه، دو موج، یکی طولی و دیگری عرضی به فاصله زمانی ۵۰ ثانیه ثبت می‌کند. اگر سرعت انتشار این دو موج به ترتیب $\frac{4}{8} \frac{\text{km}}{\text{s}}$ و

$\frac{4}{8} \frac{\text{km}}{\text{s}}$ باشد، زلزله در چند کیلومتری از محل لرزه‌نگار رخ داده است؟

- (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۶۰۰

پاسخ تشریحی:

موج طولی و اولیه: P، موج عرضی و ثانویه: S

$$\Delta t = \Delta x \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_p} \right)$$

$$\Rightarrow 50 = \Delta x \left(\frac{1}{4/8} - \frac{1}{4/8} \right) \Rightarrow \Delta x = 50 \times \frac{4/8 \times 8}{8 - 4/8} = 60 \text{ km}$$

دقت کنید که سرعت‌ها برحسب $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ داده شده‌اند و با جایگذاری آن‌ها در رابطه بالا، فاصله برحسب km به دست می‌آید.

پاسخ: گزینه ۴

مثال ۲

یک طعمه که در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از یک عقرب ماسه‌ای قرار دارد، بر اثر حرکت خود دو موج طولی و عرضی تولید می‌کند، که تندی موج طولی ۴ برابر تندی موج عرضی است. اگر این دو موج با اختلاف زمانی ۳/۷۵ms به پای عقرب برسند، مدت زمانی که طول می‌کشد، موج طولی از طعمه به عقرب برسد چند میلی‌ثانیه است؟

- (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۷۵ (۳) ۵ (۴) ۵/۵

پاسخ تشریحی:

موج عرضی: v_1

موج طولی: $v_2 = 4v_1$

طبق داده‌های سؤال اختلاف زمانی رسیدن دو موج به پای عقرب ۳/۷۵ms می‌باشد، پس:

$$t_1 - t_2 = 3/75 \times 10^{-3} \xrightarrow{t = \frac{x}{v}} \frac{x}{v_1} - \frac{x}{v_2} = 3/75 \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{x = 20 \text{ cm}} \frac{20}{v_1} - \frac{20}{4v_1} = 3/75 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{20}{4v_1} = 3/75 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{20}{4v_1} = 3/75 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 4v_1 = 160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال مدت زمان رسیدن موج طولی به پای عقرب را محاسبه می‌کنیم:

$$t_2 = \frac{x}{v_2} = \frac{20}{160} = \frac{1}{8} = 1/25 \times 10^{-3} \text{ s} = 1/25 \text{ ms}$$

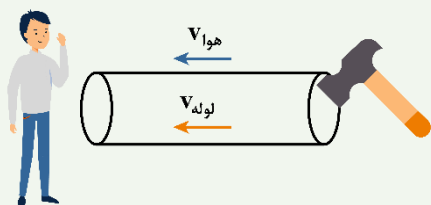
پاسخ: گزینه ۱

مثال ۳

به یک سر لوله توخالی بلندی به طول ۲۴۰ متر ضربه محکمی می‌زنیم. اختلاف زمانی بین دریافت دو صدا در گوش شنونده‌ای که در طرف دیگر این لوله قرار دارد، چند ثانیه است؟ (تندی صوت در هوا و لوله به ترتیب $320 \frac{m}{s}$ و $4800 \frac{m}{s}$ می‌باشد).

- (۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۸ (۴) ۰/۷

پاسخ تشریحی:



$$\Delta t_{\text{لوله}} - \Delta t_{\text{هوا}} = \frac{\Delta x}{v_{\text{لوله}}} - \frac{\Delta x}{v_{\text{هوا}}} = \frac{240}{320} - \frac{240}{4800} = 0.75$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۴۴- تراز شدت صوتی، ۸۰dB است. شدت این صوت چند واحد SI است؟ (شدت صوت مبنا $10^{-6} \frac{\mu W}{m^2}$ است).

- (۱) 10^{-4} (۲) 10^{-2} (۳) 10^{-20} (۴) 10^{-20}

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به رابطه تراز شدت صوت، می‌توان نوشت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^8 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

شدت صوت و تراز شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد.

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P_{av}}{A}$$

تراز شدت صوت:

کمیتی است که برای درک انسان از بلندی صوت به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (\text{dB}) \quad (I_0 \text{ شدت صوت مبنا})$$

یکای تراز شدت صوت دسی‌بل (dB) است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- صفحه مربعی شکل یک دریافت‌کننده صوتی به ضلع ۴cm، در محلی قرار گرفته است که تراز شدت صوت ۶۷dB است. در هر دقیقه چند میکروژول انرژی صوتی به این دریافت‌کننده می‌رسد؟ ($\log 5 = 0.7$ ، $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$)

- (۱) ۰/۳۸۴ (۲) ۰/۴۸ (۳) ۰/۹۶ (۴) ۰/۱۹۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

شدت صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow 67 = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 6.7 = \log 10^6 + \log 5 = \log (5 \times 10^6)$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 5 \times 10^6 \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}} I = 5 \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

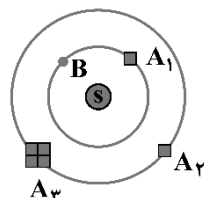
انرژی صوتی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow 5 \times 10^{-6} = \frac{E}{(16 \times 10^{-4}) \times 60}$$

$$\Rightarrow E = 48 \times 10^{-8} \text{ J} = 48 \mu\text{J}$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، سه گیرنده صوتی در حال دریافت موج صوتی از منبع S می‌باشند. اگر $A_1 = A_2 = \frac{1}{4} A_3$ باشد، چند مورد از موارد زیر نادرست است؟ (از اتلاف انرژی صوتی صرف‌نظر کنید.)



الف: راستای نوسان ذره B از محیط در راستای $\vec{r}$ می‌باشد.

ب: تراز شدت صوت در محل گیرنده A_1 بزرگ‌تر از تراز شدت صوت در محل گیرنده A_3 می‌باشد.

پ: در مدت‌زمان یکسان، انرژی صوتی دریافتی توسط گیرنده A_3 چهار برابر انرژی صوتی دریافتی توسط گیرنده A_2 می‌باشد.

ت: شدت صوت دریافتی توسط دو گیرنده A_2 و A_3 باهم برابر است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی موارد:

الف

چون صوت، یک موج طولی است پس راستای نوسان ذرات و انتشار موج یکسان می‌باشد. (✓)

ب و ت

چون منبع تولید صوت برای هر سه گیرنده یکسان است، پس A (دامنه) و f یکسان بوده و تنها عامل مقایسه، فاصله از منبع است پس:

$$r_1 < r_2 = r_3 \Rightarrow \begin{cases} I_1 > I_2 = I_3 \\ \beta_1 > \beta_2 = \beta_3 \end{cases} \quad (✓)$$

پ

شدت صوت I_2 و I_3 باهم برابر است؛ ولی چون مساحت A_3 چهار برابر A_2 است، پس انرژی صوتی دریافتی توسط A_3 چهار برابر A_2 می‌باشد. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۷- با زیاد کردن صدای تلویزیونی، شدت صوتی که به گوش ما می‌رسد ۱۰۰ برابر می‌شود. تراز شدت صوتی که می‌شنویم چند دسی‌بل افزایش یافته است؟

۱۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه مربوط به مقایسه تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 100 = 10 \log 10^2 = 20 \log 10 = 20 \text{ dB}$$

مقایسه شدت و تراز شدت صوت

۱- برای مقایسه تراز شدت دو صوت داریم:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

۲- شدت یک صوت به بسامد منبع صوت، دامنه صوت و همین‌طور فاصله شنونده از منبع بستگی دارد.

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

با کمک رابطه فوق می‌توانیم شدت دو صوت را مقایسه کنیم.

۵۵- اگر با زیاد کردن دامنه یک صوت، شدت صوتی که به گوش می‌رسد، ۱۰۰۰ برابر شود، تراز شدت صوتی که می‌شنویم، چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۳۰ برابر می‌شود. (۲) ۳ برابر می‌شود.

(۳) ۳۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد. (۴) ۳ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:

شدت صوت ۱۰۰۰ برابر شده، بنابراین تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1000 I_1}{I_1} = 10 \log 10^3 = 30 \text{ dB}$$

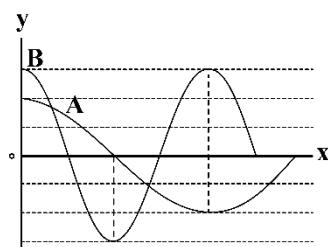
در نتیجه تراز شدت صوت ۳۰ dB افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۸- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، به صورت زیر است. در فاصله برابر از چشمه‌های صوتی A و B تراز

شدت صوت A دسی‌بل از تراز شدت صوت B می‌باشد. ($\log 3 = 0.48$)



(۱) ۴/۸، کمتر

(۲) ۴/۸، بیشتر

(۳) ۹/۶، کمتر

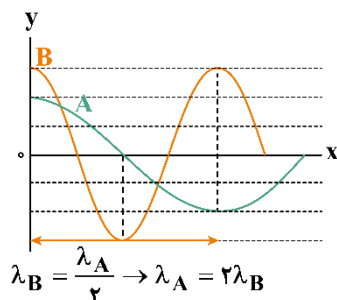
(۴) ۹/۶، بیشتر

(سخت - نموداری - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ابتدا با توجه به نمودار، نسبت طول موج‌ها و دامنه‌ها را به دست می‌آوریم:



$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{f_A}{f_B} = 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2}$$

$$\lambda_B = \frac{\lambda_A}{2} \rightarrow \lambda_A = 2\lambda_B$$

تذکره!

چون محیط انتشار برای هر دو صوت یکسان است پس تندی انتشار آن‌ها برابر است $v_A = v_B$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_A = 2 \\ A_B = 1 \end{array} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{2}{1} \right.$$

گام دوم:

نسبت شدت صوت A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \times \frac{r_B}{r_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{2}{1} \times \frac{1}{2} \times 1 \right)^2 = 1$$

گام آخر:

نسبت تراز شدت صوت A و B را به دست می‌آوریم:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

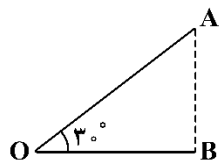
$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{1}{9} = 10 \log 3^{-2} = -20 \times \log 3 = -20 \times 0.48 = -9.6 \text{ dB}$$

پس تراز شدت صوت A به اندازه ۹/۶ dB کمتر از تراز شدت صوت B است.

گروه آموزشی ماز



۴۹- در شکل زیر، یک چشمه صوتی در نقطه O قرار دارد و در تمام جهات فضا صدا را به طور یکسان پخش می کند. اگر تراز شدت صوت در نقطه A برابر ۴۰dB باشد، در نقطه B تراز شدت صوت چند دسی بل می باشد؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$)

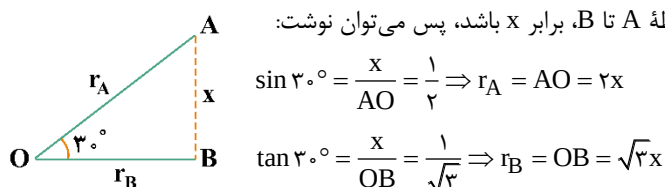


- (۱) ۴۱
(۲) ۳۹
(۳) ۳۸
(۴) ۴۲

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:



گام آخر:

رابطه اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه A و B را می نویسیم:

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \left(\frac{I_B}{I_A} \right)$$

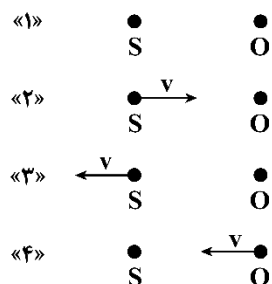
$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B} \right)^2 = \left(\frac{2x}{\sqrt{3}x} \right)^2 = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \left(\frac{4}{3} \right) \xrightarrow{\beta_A = 40 \text{ dB}} \beta_B - 40 = 10 (\log 4 - \log 3)$$

$$\Rightarrow \beta_B - 40 = 10 (2 \log 2 - \log 3) = 10 (0.6 - 0.5) = 1 \text{ dB} \Rightarrow \beta_B = 40 + 1 = 41 \text{ dB}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- شکل زیر جهت های حرکت یک چشمه صوتی (S) و یک ناظر (O) را در وضعیت های مختلف نشان می دهد. کدام گزینه مقایسه بسامد و طول موج صوت دریافتی ناظر را در مقایسه با حالت (۱) به درستی نشان نمی دهد؟



- (۱) $f_2 > f_1$
(۲) $f_2 < f_1$
(۳) $\lambda_2 > \lambda_1$
(۴) $\lambda_2 < \lambda_1$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

در حالت (۱) چشمه و ناظر ساکن هستند، پس:

$$f_S = f_O = f_1$$

بررسی گزینه ها:

۱ در حالت (۲) چون O و S به هم نزدیک می شوند بسامد دریافتی توسط ناظر، بزرگ تر از بسامد چشمه است. از طرفی بسامد چشمه با بسامد ناظر در حالت (۱) برابر است، پس:

$$f_{O_2} > f_{S_2} \xrightarrow{f_{S_2} = f_1} f_2 > f_1 \quad (\checkmark)$$

$$f_2 < f_1 \quad (\checkmark)$$

$$\lambda_2 > \lambda_1 \quad (\checkmark)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 \quad (\times)$$

۲ در حالت (۳) چون O و S از هم دور می شوند بسامد کاهش می یابد، پس:

۳ طول موج در عقب منبع همواره بیش تر از طول موج خود منبع است، پس:

۴ در حالت (۴) چون منبع ساکن است پس طول موج ثابت می ماند:

اثر دوپلر

هنگامی که شنونده (ناظر) و چشمه تولیدکننده صوت نسبت به یکدیگر در حال حرکت باشند، بسامدی که ناظر از موج تولیدشده دریافت می‌کند، متفاوت با بسامدی است که چشمه تولید کرده است، به این پدیده اثر دوپلر می‌گویند.

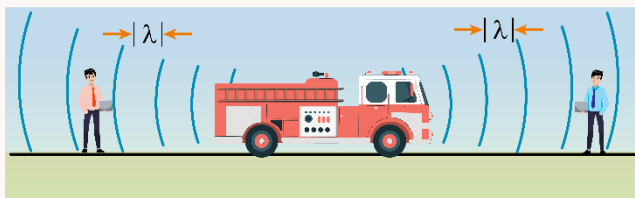
نکته

اثر دوپلر هم برای امواج صوتی صادق است هم امواج الکترومغناطیسی.

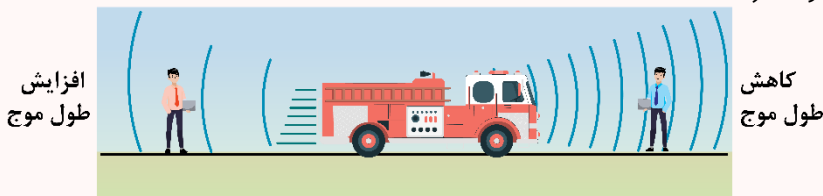
طول موج دریافتی

دو حالت کلی در مورد طول موج دریافتی توسط ناظر وجود دارد:

حالت ۱: اگر چشمه ساکن باشد، طول موج امواج در جلو و عقب چشمه برابر خواهد بود.



حالت ۲: اگر چشمه حرکت کند، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه، کمتر از پشت آن خواهد بود، در نتیجه ناظری که در جلوی چشمه قرار دارد، طول موج را کوتاه‌تر و ناظری که در پشت چشمه قرار دارد، طول موج را بلندتر دریافت خواهد کرد.



نکته

حرکت ناظر در تغییرات طول موج دریافتی تأثیری ندارد.

بسامد دریافتی

در مورد بسامد دریافتی توسط ناظر، هم حرکت ناظر مهم است، هم حرکت چشمه صوت. در این‌جا ۳ حالت کلی داریم:

حالت ۱: اگر فاصله ناظر و چشمه ثابت باشد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر با بسامد تولیدشده توسط چشمه برابر خواهد بود.

حالت ۲: اگر فاصله ناظر و چشمه افزایش یابد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر کمتر از بسامد تولیدشده توسط چشمه خواهد بود.

حالت ۳: اگر فاصله ناظر و چشمه کاهش یابد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر بیشتر از بسامد تولیدشده توسط چشمه خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۱- وقتی کهکشان‌ها به یکدیگر نزدیک می‌شوند، طول موج نوری که از آن دریافت می‌کنیم می‌شود که به آن اصطلاحاً می‌گویند.

(۱) کم‌تر - انتقال به سرخ (۲) بیش‌تر - انتقال به سرخ (۳) کم‌تر - انتقال به آبی (۴) بیش‌تر - انتقال به آبی

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

اثر دوپلر برای امواج الکترومغناطیسی نیز رخ می‌دهد. وقتی یک کهکشان (منبع نور) به کهکشان ما (آشکارساز) نزدیک می‌شود، بسامد نور دریافتی افزایش و طول موج آن کاهش می‌یابد که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی (Blue Shift) می‌گویند (چون نور آبی در طیف امواج مرئی، طول موج کمی دارد).

گروه آموزشی ماز

۵۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: عموماً سرعت صوت در جامدها بیش‌تر از مایع‌ها و در مایع‌ها بیش‌تر از گازها است، گرچه استثنائاتی نیز وجود دارد.

ب: ارتفاع یک صوت، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

پ: بلندی یک صوت، شدتی است که گوش انسان از صدا درک می‌کند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - حفظی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به متن کتاب درسی، هر سه عبارت صحیح هستند.

ادراک شنوایی

تعریف تُن موسیقی یا تُن: وقتی دیافازونی را با ضربه‌ای به ارتعاش وامی‌داریم، دیافازون نوسان‌هایی انجام می‌دهد که به دلیل میرایی کم، به حرکت هماهنگ ساده نزدیک است. به صوت حاصل از چنین چشمه‌هایی تُن موسیقی یا به اختصار تُن گفته می‌شود.

تعریف ارتفاع صوت: ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

تعریف بلندی صوت: بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. به عنوان مثال، اگر یک دیپازون با بسامد مشخص را با ضربه‌هایی متفاوت به ارتعاش واداریم، با آن که بسامد صدایی که می‌شنویم تغییر نمی‌کند، اما صداهایی با بلندی متفاوت را حس می‌کنیم که این به شدت ضربه‌ها بستگی دارد.

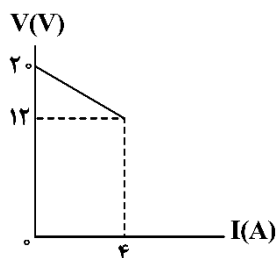


بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت، درحالی‌که بلندی چیزی است که شما حس می‌کنید.

دستگاه شنوایی انسان به بسامدهای متفاوت حساسیت‌های متفاوتی نشان می‌دهد، به طوری که بیش‌ترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره 2000 Hz تا 5000 Hz است، درحالی‌که گوش انسان قادر به شنیدن ن‌های صدای 20 Hz تا 20000 Hz است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- نمودار تغییرات ولتاژ دو سر یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. اگر این مولد را به یک مقاومت $6\text{ }\Omega$ اهمی متصل کنیم، ولتاژ دو سر این باتری چند ولت می‌شود؟



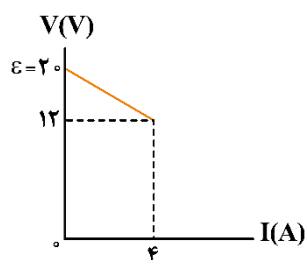
- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۸ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

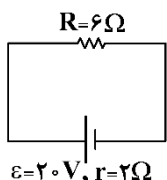
پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

با توجه به نمودار ولتاژ - جریان داده شده برای باتری، نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \varepsilon = 20\text{ V} \\ \text{شیب نمودار} = r \Rightarrow r = \frac{20 - 12}{4} = 2\Omega \end{cases}$$



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{20}{6 + 2} = \frac{20}{8} = 2.5\text{ A}$$

$$V = \varepsilon - rI = 20 - 2 \times 2.5 = 15\text{ V}$$

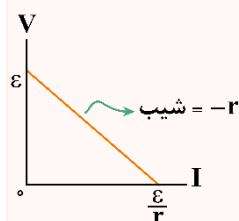
گام آخر:

حال اگر این باتری را به یک مقاومت $6\text{ }\Omega$ اهمی متصل کنیم، می‌توان نوشت:

ولتاژ باتری

۱- معادله ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) به صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$



در رابطه فوق، ε برابر نیروی محرکه باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ، نمودار ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل مقابل است.

۳- در مورد نمودار ولتاژ - جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

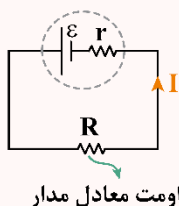
(الف) بیشینه ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکه آن است.

(ب) اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

(پ) عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

(ت) بیشینه جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می‌گوییم.

۴- همان‌طور که یاد گرفتیم، می‌توان مقاومت‌های مدار را ساده کرد و همه آن‌ها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می‌توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم. این مدار یک مدار ساده تک حلقه است.



مقاومت معادل مدار

در مورد مدار تک حلقه به نکات زیر توجه کنید:

(الف) جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

(ب) افت پتانسیل در باتری برابر است با:

$$rI = r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon r}{r + R}$$

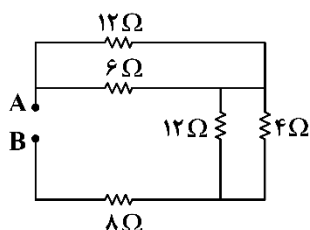
(پ) ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon R}{r + R}$$

(ت) ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\varepsilon R}{r + R}$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۴- در مدار نشان داده شده، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۷ (۴)

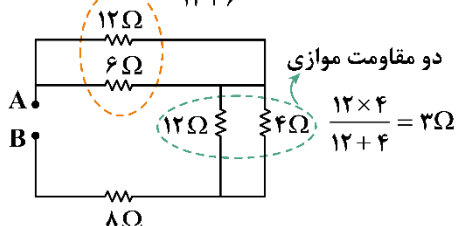
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با ساده سازی مدار نشان داده شده، مقاومت معادل مدار را به دست

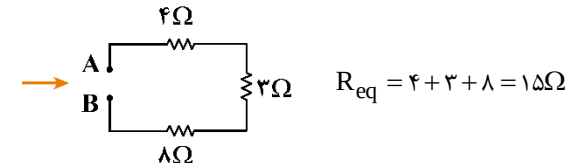
می آوریم:

$$\text{دو مقاومت موازی} \quad \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$



دو مقاومت موازی

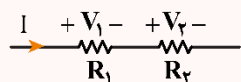
$$\frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$



$$R_{eq} = 4 + 3 + 8 = 15\Omega$$

مقاومت معادل

۱- هنگامی که دو مقاومت بدون هیچ انشعابی با یک سیم به هم بسته شده باشند، به اتصال آن ها سری یا متوالی می گوئیم. در مقاومت های متوالی روابط زیر برقرار است.

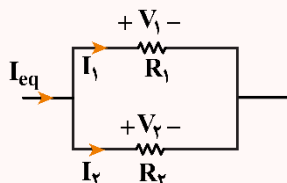


$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$I_{eq} = I_1 = I_2$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

۲- هنگامی که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به هم متصل باشد، این دو مقاومت به صورت موازی به هم متصل شده اند. در مقاومت های موازی روابط زیر برقرار است.



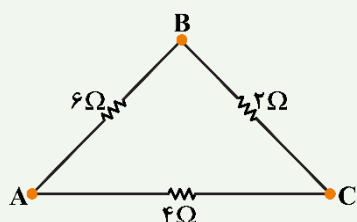
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

$$V_{eq} = V_1 = V_2$$

۳- مقاومت معادل بین دو نقطه A و B به این معنی است که یک سیم به نقطه A وارد شده است و یک سیم از نقطه B خارج شده است. به مثال زیر توجه کنید.

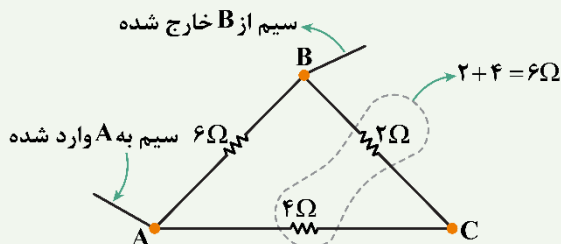
مثال



در شکل مقابل، مقاومت معادل بین نقاط A و B و مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه کنید.

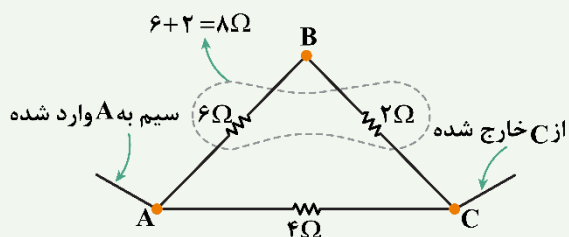
پاسخ:

حالت اول: ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های 2Ω و 4Ω باهم متوالی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت 6Ω موازی است؛ بنابراین داریم:



$$R_{AB} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = \frac{36}{12} = 3\Omega$$

حالت دوم: مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های 2Ω و 6Ω متوالی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت 4Ω موازی است.



$$R_{AC} = \frac{8 \times 4}{8 + 4} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}\Omega$$

مثال

در مثال قبل، اگر یک باتری آرمانی ۲۴ ولتی را یک بار بین A و B و بار دیگر بین A و C ببندیم، جریان خروجی از آن در هر حالت چند آمپر می‌شود؟

پاسخ:

اگر باتری بین A و B بسته شود، مقاومت 3Ω است و داریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r} = \frac{24}{3 + 0} = 8A$$

اگر باتری بین A و C بسته شود، مقاومت $\frac{8}{3}\Omega$ است و داریم:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{AC} + r} = \frac{24}{\frac{8}{3} + 0} = 9A$$

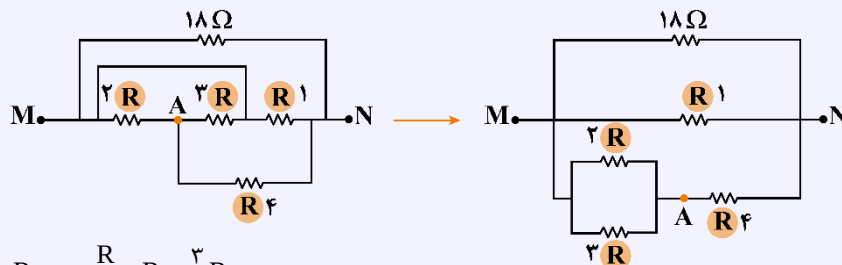
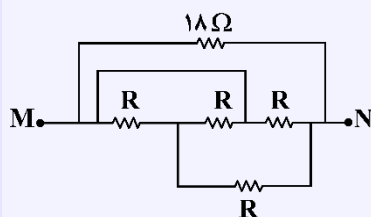
کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۸

۶۵- در مدار مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه M و N برابر $\frac{R}{2}$ است. R چند اهم است؟

- ۱۸ (۱)
۱۲ (۲)
۶ (۳)
۳ (۴)

پاسخ تشریحی:

ابتدا به روش نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



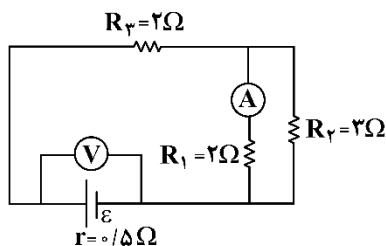
شاخه پایینی: $R_{eq1} = \frac{R}{2} \rightarrow R_{eq2} = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$

و در نهایت $\rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{2}R} \rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{18} + \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} \rightarrow \frac{1}{3R} = \frac{1}{18} \rightarrow R = 6\Omega$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۵۵- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی ۳A را نشان می‌دهد. عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد چند ولت است؟



- ۶ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۲۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند، پس ولتاژ دو سر آنها یکسان است. به کمک همین جمله، جریان گذرنده از مقاومت R_2 را حساب می‌کنیم:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 2 \times 3 = 3 I_2 \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

گام دوم:

جریان گذرنده از مولد، مجموع جریان دو شاخه موازی است.

$$I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5 \text{ A}$$

گام سوم:

مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = 2 + \left(\frac{2 \times 3}{2 + 3} \right) = 2 + \frac{6}{5} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{16}{5} \Omega$$

گام آخر:

ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مولد را نشان می‌دهد. ε را نداریم. پس ولتاژ دو سر مقاومت معادل را به‌دست می‌آوریم:

$$V = R_{\text{eq}} I_{\text{کل}} = \left(\frac{16}{5} \right) \times 5 = 16 \text{ V}$$

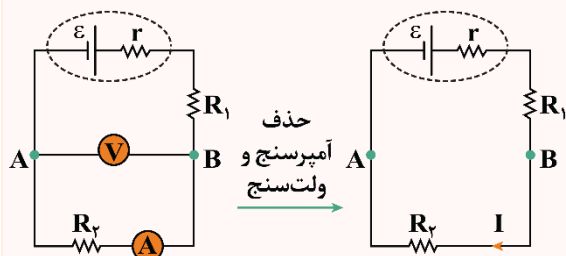
ولت‌سنج ایده‌آل و آمپرسنج ایده‌آل

در سؤالاتی که عدد آمپرسنج یا ولت‌سنج آرمانی پرسیده می‌شود، برای راحتی می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

۱- آمپرسنج را از مدار حذف کرده و به‌جای آن سیم قرار می‌دهیم.

۲- ولت‌سنج را از مدار حذف کرده و سیم‌های شاخه آن را پاک می‌کنیم.

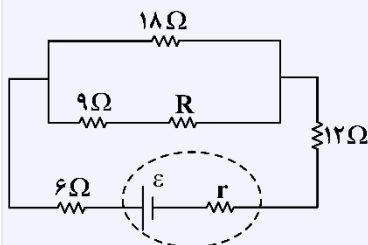
به‌عنوان مثال، مدار مقابل را به‌صورت نشان‌داده‌شده ساده می‌کنیم:



پس از حذف آمپرسنج و ولت‌سنج می‌توانیم مدار ساده‌شده را به‌راحتی حل کنیم. در این صورت جریان I همان عدد آمپرسنج است و اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B (دو سر ولت‌سنج) برابر عدد ولت‌سنج می‌باشد. برای محاسبه اختلاف پتانسیل نقاط می‌توان از تکنیک پتانسیل‌نویسی استفاده کرد.

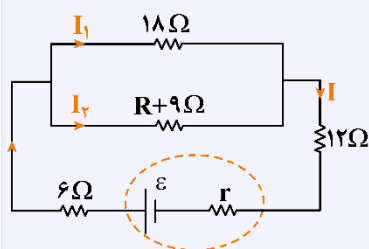
کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۱

۶۷- در شکل مقابل، اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت‌های 18Ω و 12Ω باهم برابر است. R چند اهم است؟



- ۳۶ (۱)
- ۲۷ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۱۲ (۴)

پاسخ تشریحی:



در شکل مقابل، به جای مقاومت‌های متوالی R و 9Ω ، مقاومت معادل آن‌ها، یعنی $R + 9\Omega$ را قرار داده‌ایم.

$$V_{12} = V_{18}$$

$$12I = 18I_1 \rightarrow I = 1.5I_1$$

$$I = I_1 + I_2 \rightarrow 1.5I_1 = I_1 + I_2$$

$$I_2 = 0.5I_1$$

ولتاژ دو سر مقاومت موازی برابر است، بنابراین داریم:

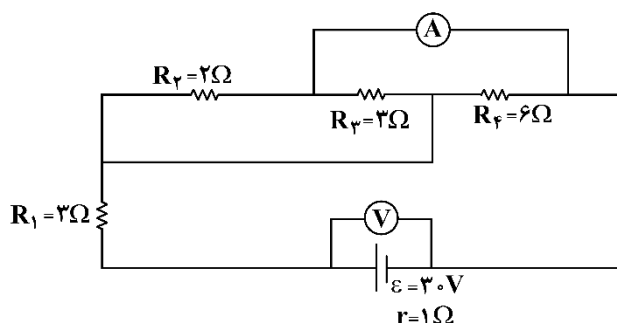
$$V_{18} = V_{(R+9)} \rightarrow 18I_1 = (R+9)I_2$$

$$18I_1 = (R+9) \times 0.5I_1 \rightarrow R+9 = 36 \rightarrow R = 27\Omega$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۵۶- در مدار شکل زیر اعدادی که آمپرسنج ایده‌آل و ولتسنج ایده‌آل نشان می‌دهند، در SI به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۱) ۲۴V، ۱A

(۲) ۶V، ۱A

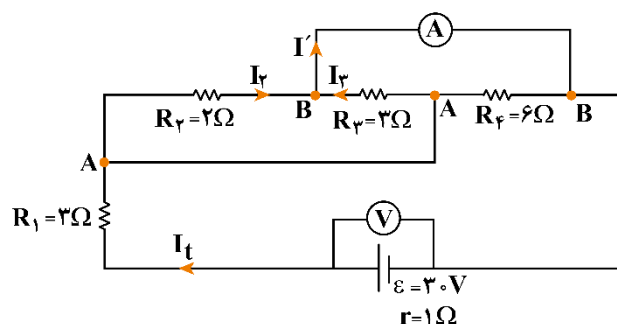
(۳) ۶V، ۵A

(۴) ۲۴V، ۵A

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:



نقطاتی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل می‌شوند یک نقطه محسوب می‌شوند. با توجه به این‌که آمپرسنج ایده‌آل هم بدون مقاومت است مدار به شکل مقابل نقطه‌گذاری شده است:

گام دوم:

مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 موازی هستند، چون دو سر هر یک از آن‌ها به A و B وصل شده است، پس داریم:

$$R_{AB} = R_2 \parallel R_3 \parallel R_4 = 2\Omega \parallel 3\Omega \parallel 6\Omega \Rightarrow R_{AB} = 1\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{AB} = 3 + 1 = 4\Omega$$

گام سوم:

جریان گذرنده از مولد و مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{3.0}{4 + 1} = 0.6A$$

گام چهارم:

ولتاژ دو سر نقاط A و B برابر است با:

$$V_{AB} = R_{AB}I_t = 1 \times 0.6 = 0.6V$$

گام پنجم:

جهت جریان در مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 از A به B (از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر) است:

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{0.6}{2} = 0.3A$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{0.6}{3} = 0.2A$$

$$\text{عدد آمپرسنج} = I' = I_2 + I_3 = 0.5A$$

حالا با خیال راحت ولتاژ دو سر مولد را به دست می آوریم:

$$V = \varepsilon - rI_{eq} = 30 - (1 \times 6) = 24 \text{ V}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۵- در مدار روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی چه عددهایی را نشان می‌دهند؟

(۱) $2/4 \text{ V}, 0/8 \text{ A}$

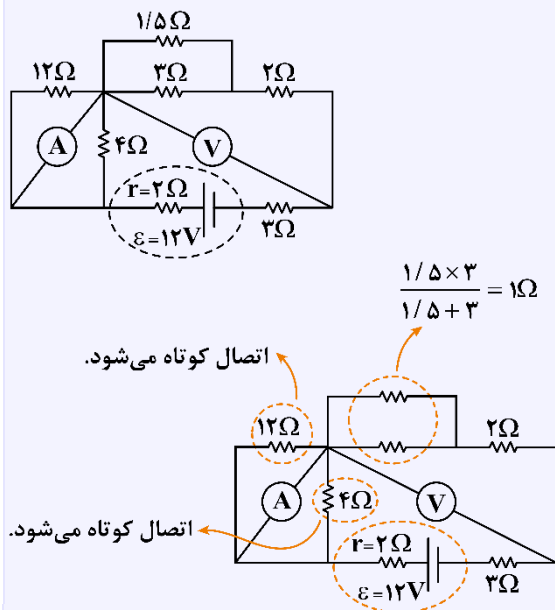
(۲) $4/8 \text{ V}, 0/8 \text{ A}$

(۳) $4/5 \text{ V}, 1/5 \text{ A}$

(۴) $6 \text{ V}, 1/5 \text{ A}$

پاسخ تشریحی:

ابتدا مدار را کمی ساده می‌کنیم:



$$\frac{1/5 \times 3}{1/5 + 3} = 1\Omega$$

اتصال کوتاه می‌شود.

اتصال کوتاه می‌شود.

$$R_{eq} = 1 + 2 + 3 = 6\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{2 + 6} = 1/5 \text{ A}$$

$$\text{عدد ولتسنج: } V = RI = 3 \times 1/5 = 4/5 \text{ V}$$

در ادامه مقادیر اندازه‌گیری شده توسط آمپرسنج و ولتسنج را محاسبه می‌کنیم.

پاسخ: گزینه ۳

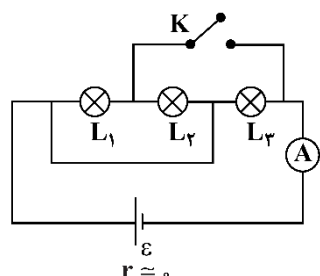
گروه آموزشی ماز

۵۷- در مدار روبه‌رو کلید K را می‌بندیم. چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: لامپ‌های L_1 و L_2 روشن می‌شوند.

ب: نور لامپ L_3 تغییری نمی‌کند.

پ: عدد آمپرسنج افزایش می‌یابد.



(۲)

صفر (۴)

(۱)

(۳)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف

در ابتدا لامپ‌های L_1 و L_2 توسط سیم، اتصال کوتاه شده و خاموش‌اند. با بستن کلید K سه لامپ L_1 ، L_2 و L_3 به‌طور موازی در مدار قرار گرفته و لامپ‌های L_1 و L_2 روشن می‌شوند. (✓)

ب

در ابتدا تنها لامپ L_3 در مدار قرار دارد و ولتاژ دو سر آن برابر ولتاژ دو سر باتری (ε) است. (توجه کنید که مقاومت درونی باتری تقریباً صفر است). با بستن کلید K سه لامپ L_1 ، L_2 و L_3 به‌طور موازی در مدار قرار گرفته و ولتاژ دو سر هر سه آن‌ها برابر ولتاژ دو سر باتری (ε) می‌شود. چون ولتاژ دو سر لامپ L_3 تغییر نکرده است، نور آن نیز تغییر نمی‌کند.

$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon \quad (\checkmark)$$

با بستن کلید K مقاومت L_3 با مقاومت‌های L_1 و L_2 موازی شده و مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد؛ بنابراین جریان کل مدار افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq} + r} \quad (\checkmark)$$

یادآوری

مقاومت کل در مقاومت‌های موازی از هر یک از مقاومت‌ها کمتر است.

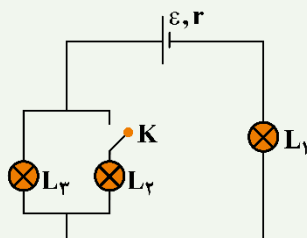
بررسی تغییر در مدارهای الکتریکی

در این درس‌نامه به بررسی سؤالاتی می‌پردازیم که در آن‌ها مقدار یک مقاومت تغییر می‌کند یا کلیدی باز یا بسته می‌شود و اثر این تغییرات بر مقادیر ولت‌سنج‌ها، آمپرسنج‌ها و یا نور لامپ‌ها از ما پرسیده می‌شود. برای حل این نوع از سؤالات می‌توانیم گام‌های زیر را طی کنیم.

- ۱- تعیین می‌کنیم مقاومت معادل مدار چگونه تغییر کرده است.
 - ۲- با توجه به نتیجه گام قبل، تعیین می‌کنیم جریان خروجی از باتری چگونه تغییر می‌کند.
 - ۳- با مشخص شدن تغییرات جریان باتری، تغییر نور برخی از لامپ‌ها و یا تغییرات اعداد برخی از ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌های مدار مشخص می‌شود. برای تعیین تغییرات نور لامپ‌های دیگر و مقادیر سایر ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها ولتاژ باتری را بررسی می‌کنیم.
- برای آن‌که روش بالا واضح‌تر شود، مثال زیر را حل می‌کنیم.

مثال

در مدار مقابل با بستن کلید K، نور لامپ‌های L_1 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ:

برای حل این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: با بستن کلید K، دو لامپ باهم موازی می‌شوند و در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

گام دوم: با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان خروجی از باتری زیاد می‌شود. چون جریان باتری به‌طور کامل از لامپ L_1 می‌گذرد، با افزایش جریان، نور L_1 هم زیاد می‌شود.

گام سوم: جریان کل مدار زیاد شده است، ولی این جریان با بسته شدن کلید باید بین دو لامپ L_2 و L_3 تقسیم شود؛ بنابراین با کمک جریان نمی‌توانیم تغییرات نور لامپ L_3 را بررسی کنیم. برای این کار از تغییرات ولتاژ باتری در مدار کمک می‌گیریم.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI \quad \uparrow I \Rightarrow \downarrow V_{\text{باتری}}$$

$$\downarrow V_{\text{باتری}} = \uparrow V_{L1} + V_{L3} \Rightarrow \downarrow V_{L3}$$

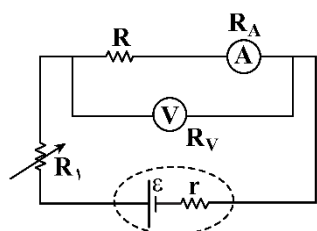
بنابراین نور لامپ L_3 با کاهش ولتاژ آن کم شده است. راه‌حل این مثال را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

$$K \text{ بستن} \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_t \uparrow \Rightarrow L_1 \text{ پرنورتر}$$

$$I_t \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow \Rightarrow V_{L3} \downarrow \Rightarrow L_3 \text{ کم‌نورتر}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- شکل زیر، مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول R نشان می‌دهد. فرض کنید در این مدار، ولت‌سنج، ۳۰ ولت و آمپرسنج، ۱۵۰ میلی‌آمپر را نشان دهد. مقاومت ولت‌سنج $R_V = 15k\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = 2\Omega$ است. مقاومت R چند اهم است و جریان گذرنده از ولت‌سنج چند میلی‌آمپر است؟



۱) $1/98 \text{ mA}, 198 \Omega$

۲) $2 \text{ mA}, 200 \Omega$

۳) $2 \text{ mA}, 198 \Omega$

۴) $1/98 \text{ mA}, 200 \Omega$

مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر با 30 ولت (عدد ولت‌سنج) است. با توجه به این که آمپرسنج، جریان 150mA را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از مقاومت R نیز برابر 150mA است:

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{30}{150 \times 10^{-3}} = 200 \Omega \Rightarrow R + R_A = 200$$

$$\Rightarrow R + 2 = 200 \Rightarrow R = 198 \Omega$$

برای محاسبه جریان گذرنده از ولت‌سنج، قانون اهم را به‌کار می‌بریم:

$$V = R_V I_V \Rightarrow 30 = 15 \times 10^3 \times I_V \Rightarrow I_V = 2 \times 10^{-3} \text{ A} = 2\text{mA}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- بر روی یک لامپ، مقادیر 220V و 60W نوشته شده است. اگر این لامپ به‌مدت 10 ساعت در شبانه‌روز با ولتاژ 200V روشن باشد و بهای برق مصرفی به‌ازای هر کیلووات - ساعت، 50 تومان باشد، هزینه یک ماه (30 روز) مصرف این لامپ تقریباً چند تومان است؟

۹۰۰۰۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۷۵۰۰۰۰ (۲)

۷۵۰ (۱)

گام اول:

مقایدیری که بر روی وسایل الکتریکی نوشته شده‌اند، مقادیر اسمی هستند. به‌عنوان مثال، در اینجا مقادیر 220V و 60W به این معناست که اگر این لامپ به ولتاژ 220V وصل شود، توان مصرفی آن برابر 60W خواهد بود؛ بنابراین، با توجه به این که لامپ به ولتاژ 200V وصل شده است، توان مصرفی آن کمتر از

60W است. به کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ می‌توان نوشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{R \text{ ثابت}} \frac{P_r}{P_1} = \left(\frac{V_r}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_r}{60} = \left(\frac{200}{220}\right)^2 = \left(\frac{10}{11}\right)^2 = \frac{100}{121}$$

$$\Rightarrow P_r = \frac{100}{121} \times 60 \approx \frac{100}{12} \times 60 \approx 50\text{W}$$

گام دوم:

انرژی الکتریکی مصرفی در مدت 1 ماه را برحسب kWh حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \text{انرژی الکتریکی مصرفی} = P_r t = (0.05\text{kW}) \times (30 \times 24\text{h}) = 15\text{kWh}$$

گام آخر:

حالا کافیست بهای مصرف هر 1kWh انرژی را در انرژی به‌دست‌آمده ضرب کنیم:

$$\Rightarrow \text{تومان} = 15 \times 50 = 750$$

توان مصرفی

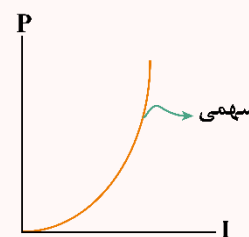
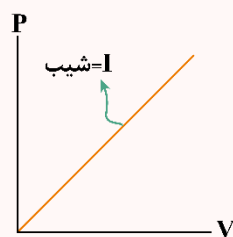
۱- توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل‌ضرب اختلاف پتانسیل دو سر آن در جریان عبوری از آن وسیله است.

$$P = VI$$

۲- برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل‌محاسبه است.

$$\text{توان مصرفی مقاومت} \begin{cases} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

۳- نمودار توان مصرفی در یک مقاومت برحسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل‌های زیر است.



۴- با ضرب کردن توان الکتریکی در زمان، می‌توان انرژی مصرفی در مقاومت را محاسبه کرد.

$$U = Pt \begin{cases} U = VIt \\ U = RI^2t \\ U = \frac{V^2}{R}t \end{cases}$$

۵- در استفاده از رابطه $U = Pt$ ، اگر توان برحسب وات و زمان برحسب ثانیه جایگزین شود، انرژی برحسب ژول به دست می‌آید و اگر توان برحسب کیلووات و زمان برحسب ساعت جایگزین شود، انرژی برحسب کیلووات ساعت به دست می‌آید.

۶- هر کیلووات ساعت معادل 3.6×10^6 ژول است.

$$1 \text{ kW.h} \equiv 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

مقادیر اسمی وسایل برقی

بر روی بدنه وسایل الکترونیکی دو عدد تحت عنوان ولتاژ اسمی و توان اسمی نوشته شده است. ولتاژ اسمی بهترین و مناسب‌ترین ولتاژ برای راه‌اندازی آن وسیله است. اگر وسیله با ولتاژ اسمی خود کار کند، توان مصرفی آن همان توان اسمی است.

نکته

اگر وسیله با ولتاژ کمتری به نسبت ولتاژ اسمی کار کند توان مصرفی کمتر و اگر با ولتاژ بیش‌تری کار کند توان مصرفی بیش‌تری از توان اسمی خود دارد (که در حالت دوم امکان سوختن وسیله وجود دارد).

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۶- روی یک لامپ عددهای 220 V و 100 W ثبت شده است. اگر این لامپ به اختلاف پتانسیل 200 V وصل شود، با فرض ثابت ماندن مقاومت لامپ، در مدت ۱۱ ساعت چند کیلووات ساعت انرژی مصرف می‌کند؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) $\frac{10}{11}$

(۱) $\frac{10}{121}$

پاسخ تشریحی:

مقاومت لامپ، ثابت فرض شده است، پس:

$$\frac{V_{\text{اسمی}}^2}{P_{\text{اسمی}}} = \frac{V^2}{P} \rightarrow \frac{220^2}{100} = \frac{200^2}{P} \rightarrow P = \frac{100 \times 10^3}{121} \text{ W} = \frac{10}{121} \text{ kW}$$

مقدار انرژی مصرفی در مدت ۱۱ ساعت برابر است با:

$$E = P \Delta t = \frac{10}{121} \times 11 = \frac{10}{11} \text{ kW.h}$$

پاسخ: گزینه ۲

گروه آموزشی ماز

۶۰- در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V ولت طوری طراحی شده است که حداکثر می‌تواند جریان ۱۵ آمپر را تحمل کند. در این منزل، یک اتوی 1000 W ، یک توستر (نان برشته‌کن) 1800 W ، یک بخاری برقی 1100 W ، یک کولر 2000 W و چند لامپ ۱۰۰ واتی وجود دارد. با روشن بودن وسایل چه تعداد از موارد زیر، فیوز خواهد پرید؟

الف: اتو + توستر + چهار لامپ

ب: کولر + اتو + دو لامپ

پ: بخاری برقی + کولر + یک لامپ

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه $P = VI$ ، حداکثر توان قابل تحمل مدار برابر است با:

$$P_{\text{max}} = VI_{\text{max}} = 220 \times 15 = 3300 \text{ W}$$

بنابراین، باید ببینیم در کدام موارد مجموع توان مصرفی وسایل، بیش‌تر از 3300 W است.

الف

$$P = P_{\text{اتو}} + P_{\text{توستر}} + 4 \times P_{\text{لامپ}} = 1000 + 1800 + 4 \times 100 = 3200 \text{ W}$$

بنابراین، فیوز نمی‌پرد.

$$P = P_{\text{کولر}} + P_{\text{تو}} + 2 \times P_{\text{لامپ}} = 2000 + 1000 + 2 \times 100 = 3200 \text{ W}$$

بنابراین فیوز نمی‌پرد.

$$P = P_{\text{بخاری برقی}} + P_{\text{کولر}} + P_{\text{لامپ}} = 1100 + 2000 + 100 = 3200 \text{ W}$$

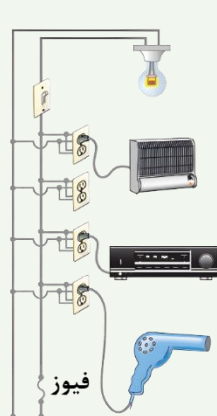
بنابراین فیوز نمی‌پرد.

مثال

بچه‌ها این سؤال براساس یکی از مثال‌های مهم کتاب درسی‌تونه که حتماً باید حلش رو بلد باشین! یک لامپ رشته‌ای 100 W ، یک بخاری برقی 2000 W ، یک دستگاه پخش صوت 200 W ، و یک سشوار (موخشک‌کن) 2200 W مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده است. فیوز قطعه‌ای حفاظتی در مسیر سیم‌کشی‌های الکتریکی است که وقتی جریان بخواهد از حد مجاز بیش‌تر شود، جریان را قطع می‌کند. اگر فیوز شکل، 15 A باشد، یعنی حداکثر بتواند جریان 15 A را تحمل کند، آیا فیوز خواهد پرید؟

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سیم‌کشی منازل همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند؛ بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان‌های عبوری از هر یک از مصرف‌کننده‌هاست. با استفاده از رابطه $I = \frac{P}{V}$ جریان عبوری از هر یک از این چهار مصرف‌کننده را به‌دست می‌آوریم؛ بنابراین، به‌ترتیب داریم:



$$I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{100 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0.455 \text{ A}$$

$$I_{\text{بخاری}} = \frac{P_{\text{بخاری}}}{V} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 9.09 \text{ A}$$

$$I_{\text{پخش}} = \frac{P_{\text{پخش}}}{V} = \frac{200 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0.909 \text{ A}$$

$$I_{\text{سشوار}} = \frac{P_{\text{سشوار}}}{V} = \frac{2200 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 10.0 \text{ A}$$

بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر است با:

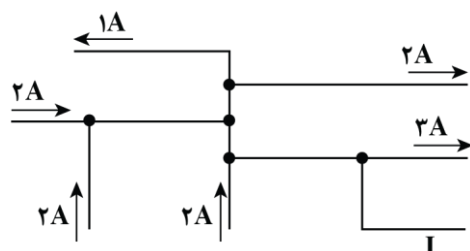
$$I_{\text{فیوز}} = I_{\text{کل}} = I_{\text{لامپ}} + I_{\text{بخاری}} + I_{\text{پخش}} + I_{\text{سشوار}}$$

$$= 0.455 \text{ A} + 9.09 \text{ A} + 0.909 \text{ A} + 10.0 \text{ A} = 20.45 \text{ A}$$

چون فیوز 15 A است؛ بنابراین، فیوز خواهد پرید. در اغلب منازل چند مدار سیم‌کشی جداگانه داریم که هر یک فیوز مربوط به خود را دارد. برای این‌که بتوانیم به‌طور هم‌زمان از چند وسیله برقی استفاده کنیم، باید وسایل برقی را به‌طور هم‌زمان به یک مدار وصل نکنیم و مدارهای دیگر را نیز به‌کار گیریم.

گروه آموزشی ماز

۶۱- شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟



(۱) 2 A ، →

(۲) 2 A ، ←

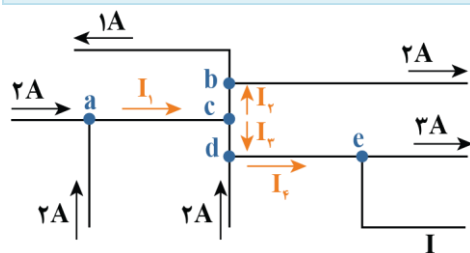
(۳) 1 A ، →

(۴) جریانی از این سیم نمی‌گذرد.

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

قاعده جریانی‌ها را در هر یک از گره‌ها به‌کار می‌بریم.



a گره: $I_1 = 2 + 2 = 4 \text{ A}$

b گره: $I_2 = 2 + 1 = 3 \text{ A}$

c گره: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 4 = 3 + I_3 \Rightarrow I_3 = 1 \text{ A}$

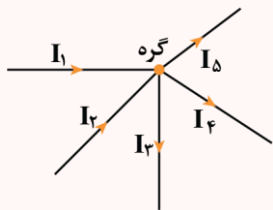
d گره: $I_4 = I_3 + 2 \Rightarrow I_4 = 1 + 2 = 3 \text{ A}$

e گره: $I_4 = I + 3 \Rightarrow 3 = I + 3 \Rightarrow I = 0$

بنابراین جریانی از سیم پایین سمت راست عبور نمی‌کند.

قانون انشعاب

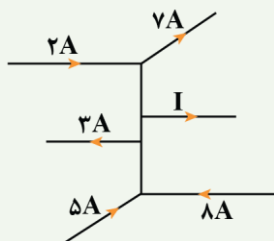
مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از گره برابر است.



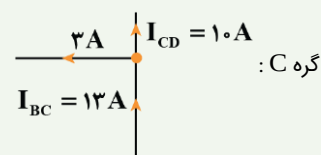
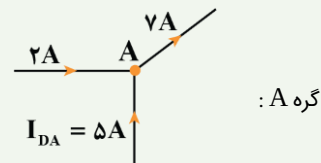
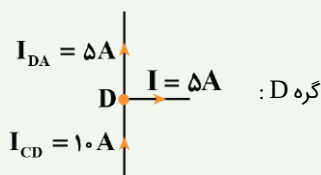
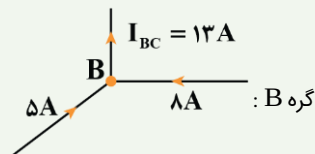
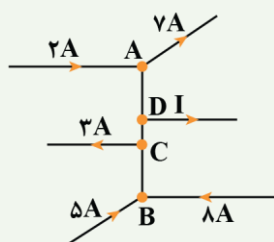
$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

مثال

در شکل مقابل، جریان I چند آمپر است؟



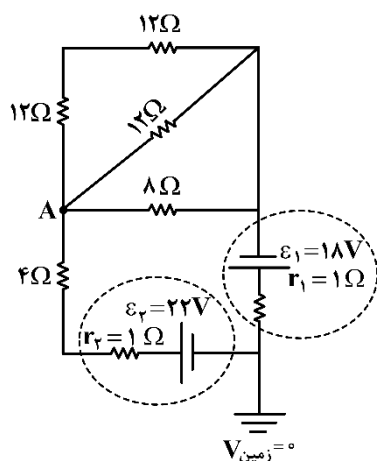
پاسخ تشریحی: با توجه به قانون گره‌ها داریم:



گروه آموزشی ماز

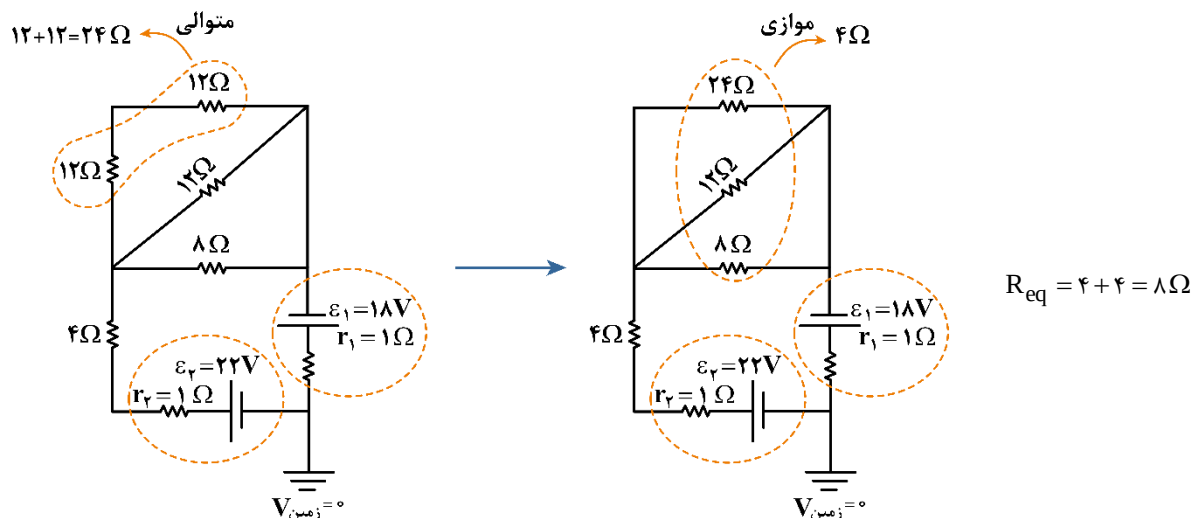
۶۲- در مدار مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

- ۱) ۲
- ۲) -۲
- ۳) ۴
- ۴) -۴



گام اول:

ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم.



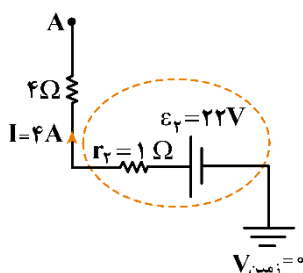
گام دوم:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} = \frac{18 + 22}{1 + 1 + 8} = \frac{40}{10} = 4A$$

گام آخر:

با حرکت از زمین تا نقطه A، پتانسیل آن را محاسبه می‌کنیم.

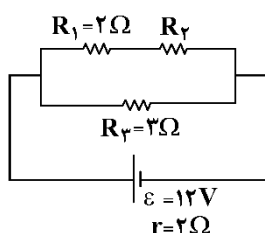


$$V_{\text{زمین}} + \varepsilon_2 - r_2 I - 4I = V_A$$

$$\Rightarrow 0 + 22 - 1 \times 4 - 4 \times 4 = V_A \Rightarrow V_A = 2V$$

گروه آموزشی ماز

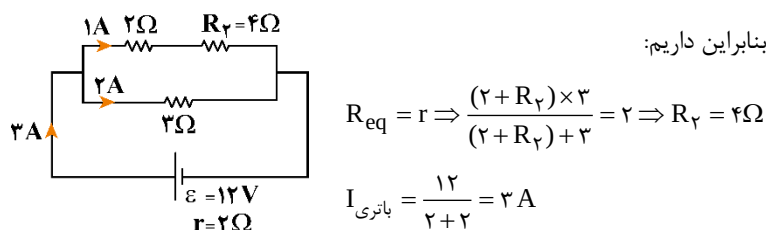
۶۳- در شکل زیر توان خروجی مولد بیشینه است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p چند ولت است؟



- ۱ (۲)
- ۲ (۴)
- ۳ (۶)
- ۴ (۸)

گام اول:

وقتی توان خروجی مولد بیشینه است، $I = \frac{\varepsilon}{2r}$ و $R_{eq} = r$ می‌باشد، بنابراین داریم:



$$R_{eq} = r \Rightarrow \frac{(2 + R_p) \times 3}{(2 + R_p) + 3} = 2 \Rightarrow R_p = 4\Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{12}{2 + 2} = 3A$$

گام آخر:

به شاخه بالا جریان ۱A و به شاخه پایین جریان ۲A وارد می‌شود، پس ولتاژ دو سر مقاومت R_p برابر است با:

$$V_p = R_p I_p = 4 \times 1 = 4V$$

توان خروجی باتری

توان خروجی از یک مولد (توان مفید) از رابطه زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} P = VI \\ V = \varepsilon - rI \end{cases} \rightarrow P = \varepsilon I - rI^2$$

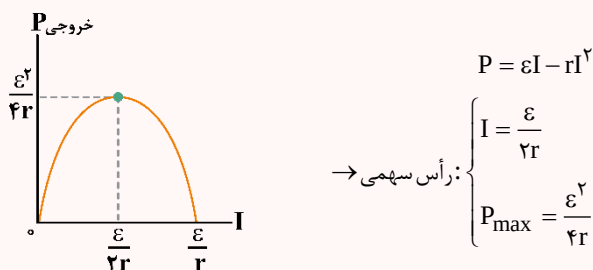
به عبارتی می توان گفت که باتری توان εI را تولید می کند و مقدار rI^2 در مقاومت درونی آن تلف می شود.



دقت کنید توان خروجی از باتری $(P = \varepsilon I - rI^2)$ ، برابر توان مصرفی در کل مقاومت های خارجی مدار $(P = R_{eq} I^2 = \frac{V^2}{R_{eq}})$ است.

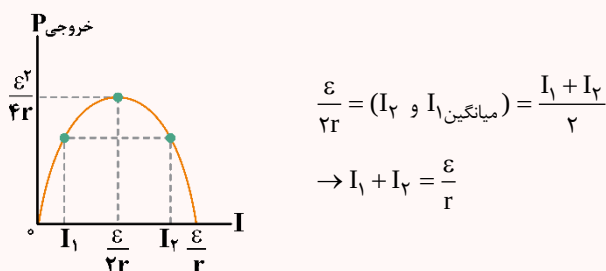
نمودار توان - جریان باتری و ویژگی های آن

۱- نمودار توان خروجی از یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، به صورت یک سهمی است و توصیه می شود این نمودار را به خاطر بسپارید.



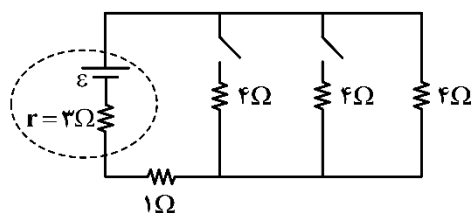
۲- همان طور که در نمودار بالا می بینید، توان خروجی از یک باتری زمانی بیشینه می شود که جریان آن برابر $\frac{\varepsilon}{2r}$ باشد. مقدار این توان بیشینه برابر $P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ است.

۳- با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، اگر به ازای دو جریان مختلف، توان خروجی از باتری یکسان باشد، می توان نتیجه گرفت که مجموع این دو جریان برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است. به شکل زیر دقت کنید:



گروه آموزشی ماز

۶۴- در مدار زیر، کلیدها را یکی پس از دیگری می بندیم. توان خروجی باتری چگونه تغییر می کند؟



(۱) همواره کاهش می یابد.

(۲) همواره افزایش می یابد.

(۳) ابتدا کاهش می یابد و سپس افزایش می یابد.

(۴) ابتدا افزایش می یابد و سپس کاهش می یابد.

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

مقاومت خارجی مدار در حالت اولیه ۵ اهم است.

گام دوم:

با بستن یکی از کلیدها دو مقاومت ۴ اهمی موازی شده و مقاومت خارجی مدار ۳ اهم می شود.

$$R_{eq1} = 4 + 1 = 5\Omega$$

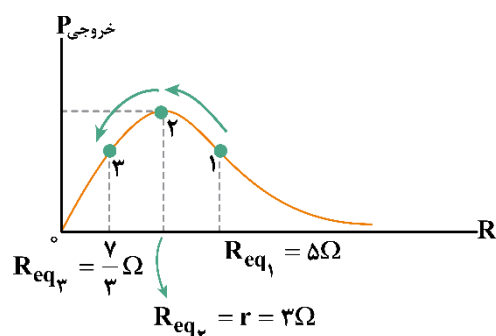
$$R_{eq2} = \frac{4}{2} + 1 = 2 + 1 = 3\Omega$$

با بستن کلید دوم سه مقاومت ۴ اهمی موازی شده و مقاومت خارجی مدار $\frac{V}{3}$ اهم می‌شود.

$$R_{eq3} = \frac{4}{3} + 1 = \frac{V}{3} \Omega$$

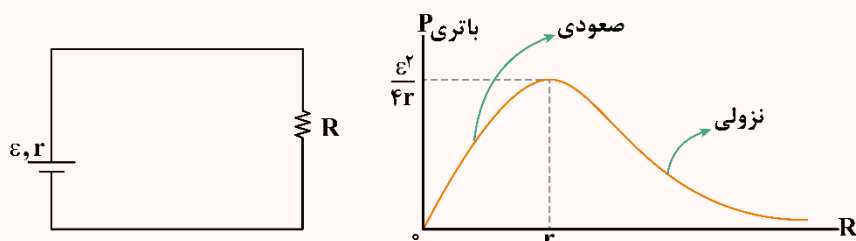
گام آخر:

همان‌طور که در نمودار P-R شکل مقابل می‌بینید، بیش‌ترین توان خروجی را وقتی که $R_{eq} = r$ است داریم. پس توان خروجی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



توان خروجی

۱- در مدار تک‌حلقه زیر، نمودار توان خروجی باتری که برابر توان مصرفی در مقاومت‌های مدار است، برحسب مقاومت R (مقاومت معادل) به‌صورت زیر است:



۲- مطابق نمودار فوق، هنگامی که مقاومت معادل مدار، بزرگ‌تر از مقاومت درونی باتری است ($R > r$)، نمودار توان خروجی نزولی است. این نکته به این معنی است که با افزایش مقاومت معادل مدار، توان خروجی از باتری کاهش می‌یابد.

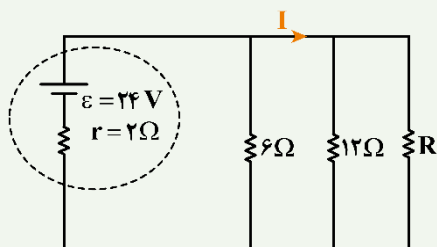
۳- مطابق نمودار فوق، هنگامی که مقاومت معادل مدار کوچک‌تر از مقاومت درونی باتری است ($R < r$)، نمودار توان خروجی صعودی است. این نکته به این معنی است که با افزایش مقاومت معادل مدار، توان خروجی از باتری افزایش می‌یابد.

۴- همان‌طور که در نمودار توان خروجی می‌بینید، توان خروجی از باتری هنگامی بیشینه است که $R = r$ باشد. در این حالت توان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon^2}{4r}$ می‌باشد.

۵- اگر به‌ازای دو مقاومت R_1 و R_2 ، توان خروجی باتری یکسان باشد، مقاومت درونی باتری، واسطه هندسی مقاومت‌های R_1 و R_2 است، یعنی:
 $r = \sqrt{R_1 R_2}$ یا $R_1 R_2 = r^2 \rightarrow$ اگر توان خروجی از باتری با اتصال به R_1 و R_2 یکسان باشد.

مثال

در مدار زیر، مقاومت R چند اهم باشد تا توان خروجی از مولد، بیشینه شود و در این حالت I برابر با چند آمپر است؟



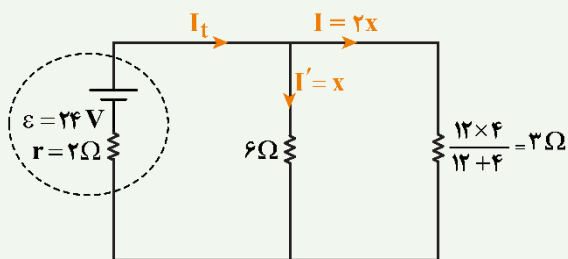
- (۱) صفر و ۱۲
- (۲) ۳ و ۴/۸
- (۳) ۴ و ۴
- (۴) ۴ و ۲/۴

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که توان خروجی باتری بیشینه شود، کافی است $R_{eq} = r$ باشد، پس داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{R} \xrightarrow{R_{eq}=r=2\Omega} \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{R} \rightarrow R = 4\Omega$$

در این حالت، جریان I برابر است با:



$$I_t = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{24}{2 + 2} = 6A$$

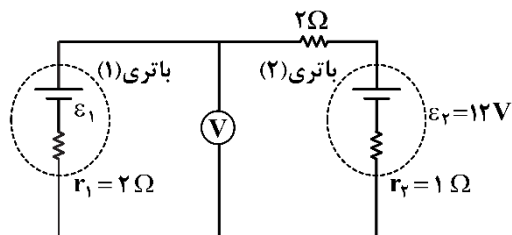
$$I_t = \frac{2x}{I} + \frac{x}{I'} \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 2A$$

$$\rightarrow I = 2x = 4A$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۶۵- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی $14/4$ ولت را نشان می‌دهد. در این صورت، باتری مصرف‌کننده توان است و ε_1 برابر ولت است.



$$12/8 - (1) (1)$$

$$12/8 - (2) (2)$$

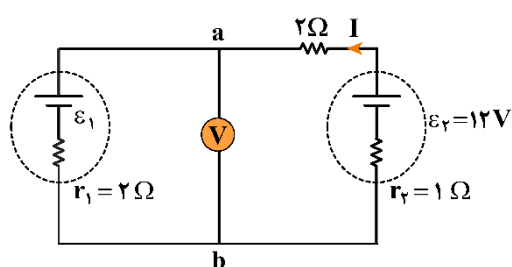
$$16 - (1) (3)$$

$$16 - (2) (4)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

مقدار ε_1 مجهول است؛ بنابراین، نمی‌توان مشخص کرد که کدام باتری تولیدکننده و کدام یک مصرف‌کننده توان است. در این گونه موارد، راحت‌تر آن است که یکی از مولدها را به‌طور پیش‌فرض به‌عنوان تولیدکننده در نظر بگیرید و جهت جریان اصلی مدار را مشخص کنید. اگر مقدار جریان، مثبت به‌دست آمد، فرض شما درست است. اما اگر مقدار جریان منفی به‌دست آمد، یعنی مولد موردنظر، مصرف‌کننده است و جهت جریان باید عکس شود. توجه کنید که مقدار جریان تغییری نمی‌کند و نیازی به محاسبه مجدد جریان نیست. فرض می‌کنیم باتری (۲)، تولیدکننده توان باشد؛ بنابراین، جهت جریان مطابق شکل زیر خواهد بود: دو سر ولت‌سنج آرمانی را a و b می‌نامیم. حال از نقطه a شروع می‌کنیم و با جمع جبری ولتاژها به b می‌رویم:



$$V_a + 2 \times I - 12 + 1 \times I = V_b \Rightarrow V_a - V_b = 12 - 3I$$

$V_a - V_b$ همان عدد ولت‌سنج است. توجه کنید که در جهت جریان، پتانسیل کاهش می‌یابد؛ بنابراین $V_a - V_b$ مثبت است.

$$V_a - V_b = 14/4 \Rightarrow 12 - 3I = 14/4 \Rightarrow I = -0.8A$$

مقدار جریان، منفی به‌دست آمد؛ بنابراین جهت جریان مدار، ساعتگرد است و باتری (۲) مصرف‌کننده توان و باتری (۱) تولیدکننده توان است. ولت‌سنج به دو سر باتری (۱) وصل است؛ بنابراین، عدد ولت‌سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) نیز می‌باشد.

$$\varepsilon_1 - r_1 I = 14/4 \Rightarrow \varepsilon_1 - 2 \times 0.8 = 14/4 \Rightarrow \varepsilon_1 = 16V$$



۱- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر مثبت** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش **مولد** محرکه است و وظیفه رساندن انرژی به سایر اجزای مدار را بر عهده دارد. ولتاژ این باتری و توان **خروجی** از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - rI)I = \varepsilon I - rI^2$$

با ضرب کردن توان خروجی از باتری در زمان، می‌توانیم انرژی‌ای که باتری به مدار تحویل می‌دهد را هم محاسبه کنیم.

۲- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر منفی** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مصرف‌کننده است و مانند مقاومت‌های مدار، انرژی را مصرف می‌کند. اندازه ولتاژ این باتری و توان **مصرفی** از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon + rI$$

$$P_{\text{مصرفی}} = VI = (\varepsilon + rI)I = \varepsilon I + rI^2$$

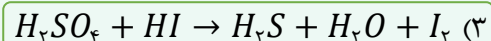
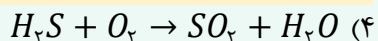
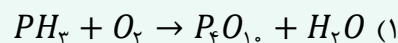
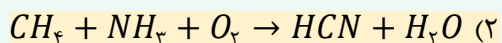
با ضرب کردن توان مصرفی باتری در زمان، می‌توانیم انرژی‌ای که باتری مصرف می‌کند را هم محاسبه کنیم.

گروه آموزشی ماز

شیمی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟
 $CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!



آزمونیاک | azmooniak

دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدوارم که حالت خوب باشه و از نتیجه آزمون امروزت راضی باشی! یکی از خوش‌دست‌ترین فصل‌های شیمی یعنی فصل ۳ شیمی دوازدهم رو پشت سر گذاشتی و مطمئنم که به همه سؤالات این فصل در کنکور جواب خواهی داد! فقط ازت خواهش می‌کنم که در طول چند هفته آینده، چندین بار مطالب این فصل رو مرور کنی تا چیزی از ذهنت فراموش نشه!

و اما در رابطه با آزمون بعد! بودجه‌بندی شیمی یازدهم که خیلی مشخصه و نیاز به توضیح زیادی نداره! مطالب انتهایی مربوط به فصل ۲ شیمی یازدهم رو باید بخونی و قطعاً از پیش بر می‌ای! بخش دیگه از بودجه‌بندی آزمون بعدی، به‌طور عمده مربوط به شیمی آلی هست. سعی می‌کنیم اغلب سؤالات این قسمت رو از مطالب مربوط به فصل ۱ و ۲ شیمی یازدهم و فصل ۱ و ۲ و ۳ شیمی دوازدهم طرح کنیم و از قسمت‌هایی که هنوز اون‌ها رو به‌طور دقیق مطالعه نکردید، سؤالات زیادی رو مطرح نکنیم. می‌دونم که برنامه آزمون‌های آخر سال از نظر حجمی کمی سنگین هستن اما با توجه به اهمیت زیاد کنکور اردیبهشت، باید سعی کنید درساتون رو زودتر جمع و جور کنید تا بتونید بهترین نتیجه ممکن رو بگیرید.

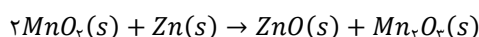
دکتر فرشاد هادیان‌فرد - رتبه ۲۸ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی آزمون ماز

۶۶- یک نمونه ۸۰ گرمی از فلز روی با خلوص ۳۲/۵٪ را در مجاورت با مقداری MnO_2 قرار می‌دهیم تا بر اساس معادله موازنه نشده
 $MnO_2(s) + Zn(s) \rightarrow ZnO(s) + Mn_2O_3(s)$ به‌طور کامل مصرف شود. چند گرم لیتیم اکسید را به روی اکسید تولید شده اضافه کنیم تا درصد جرمی روی اکسید در نمونه برابر با ۸۱٪ شود؟ ($O = 16$ و $Zn = 65$ $g \cdot mol^{-1}$)
 ۱) ۷/۶ ۲) ۳/۶ ۳) ۸/۸ ۴) ۳/۸

(متوسط - فلزها - مسئله - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:



البته توجه داریم که مطلقاً نیازی به موازنه معادله واکنش مورد نظر نداشتیم چرا که برای انجام محاسبات خود، با نسبت ضرایب دو ماده ZnO و Zn سروکار داریم و چون فلز روی فقط در ساختار این دو ماده وجود دارد، پس نسبت ضرایب آن‌ها با یکدیگر برابر با یک خواهد شد. نمونه فلز روی مصرف شده در این واکنش شیمیایی، ناخالص است. ابتدا می‌توان مقدار خالص فلز روی مصرف شده را با توجه به درصد خلوص این فلز به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$g \text{ جرم ماده خالص} = \frac{g \text{ جرم ماده خالص}}{80} \times 100 \Rightarrow 32/5 = \frac{g \text{ جرم ماده خالص}}{80} \times 100 \Rightarrow g \text{ جرم ماده خالص} = 26$$

جرم روی اکسید تولید شده را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$g \text{ ZnO} = 26 g Zn \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{65 g Zn} \times \frac{1 \text{ mol ZnO}}{1 \text{ mol Zn}} \times \frac{81 g ZnO}{1 \text{ mol ZnO}} = 32/4 g$$

با توجه به محاسبات بالا، جرم روی اکسید تولید شده برابر با ۳۲/۴ گرم است. در قدم بعد، جرم نمونه نهایی که درصد جرمی روی اکسید در آن برابر با ۸۱٪ شده است را محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$g \text{ جرم ZnO} = \frac{g \text{ جرم نمونه}}{x} \times 100 \Rightarrow 81 = \frac{32/4 g ZnO}{x g \text{ نمونه}} \times 100 \Rightarrow x = 40$$

جرم نمونه نهایی برابر با ۴۰ گرم بوده و از این مقدار، ۳۲/۴ گرم مربوط به روی اکسید است. بر این اساس، می‌توان گفت جرم لیتیم اکسید اضافه شده به روی اکسید برابر با ۷/۶ گرم است. در این رابطه، داریم:

$$g \text{ جرم نمونه نهایی} = 40 = 32/4 + x \Rightarrow x = 7/6$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- کدام مورد در رابطه با دو عنصر X و Y درست است؟

- در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی ترکیب دوتایی Y با هیدروژن، اتم Y با رنگ آبی مشخص می‌شود.
- ساختار مولکول حاصل از اتصال اتم‌های X و Y به یکدیگر، همانند مولکول SO_2 مسطح است.
- یک نمونه عنصر Y ، از مولکول‌های دواتمی جور هسته و ناقطبی ساخته شده است.
- مولکول XH_3 ، همانند مولکول متان، ناقطبی است.

(متوسط - رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها - مفهومی - ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عنصر X معادل فسفر بوده که در گروه ۱۵ از دوره سوم قرار گرفته است. عنصر Y نیز معادل فلئوئور بوده که در گروه ۱۷ از دوره دوم قرار گرفته است. یک نمونه از گاز فلئوئور از مولکول‌های دواتمی جور هسته F_2 تشکیل شده است. توزیع یکنواخت و متقارن الکترون‌ها در مولکول‌های دواتمی جور هسته، نشانه ناقطبی بودن آن‌ها است.

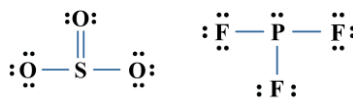
مولکول‌های دو اتمی جور هسته

مولکول‌هایی مانند کلر، برم و هیدروژن که از دو اتم یکسان تشکیل شده‌اند، مولکول‌های دواتمی جور هسته نامیده می‌شوند. هرچند که اغلب مولکول‌های دواتمی جور هسته دمای جوش کمتر از صفر دارند، اما برخی از اعضای این خانواده از جمله برم و ید دارای دمای جوش بالاتر از صفر بوده و در دمای اتاق، به حالت جامد یا مایع دیده می‌شوند. گشتاور دوقطبی مولکول‌های دواتمی جور هسته برابر با صفر بوده و این مولکول‌ها ناقطبی هستند. توجه داریم که این مولکول‌ها در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

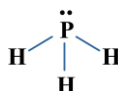
۱ فلئور با اتم هیدروژن، ترکیب HF را تشکیل می‌دهد. فلئور در بین عناصر جدول دوره‌ای، بیشترین خاصیت نافلزی را دارد و به همین دلیل، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خود می‌کشد و بار جزئی منفی پیدا می‌کند. توجه داریم که در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی، اتم‌هایی با بار جزئی منفی با رنگ قرمز و اتم‌هایی با بار جزئی مثبت، با رنگ آبی نمایش داده می‌شوند.

۲ از ترکیب اتم‌های فسفر و فلئور مولکول PF_3 به دست می‌آید. تصویر زیر، ساختار مولکول‌های SO_3 و PF_3 را نمایش می‌دهد:



در مولکول گوگرد تری‌اکسید، اتم مرکزی فاقد الکترون ناپیوندی است و به همین دلیل، ساختار آن به صورت مسطح است. در مولکول فسفر تری‌فلئورید، اتم مرکزی الکترون ناپیوندی دارد و ساختار آن به صورت هرمی (برآمده) خواهد بود.

۴ ساختار لوویس مولکول PH_3 به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، اتم مرکزی این گونه الکترون ناپیوندی داشته و برخلاف متان، گونه‌ای قطبی است.

گروه آموزشی ماز

۶۸- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- ۱) در دو مولکول آب و آمونیاک، تراکم بار الکتریکی منفی بر روی اتم مرکزی، بیشتر از سایر اتم‌ها است.
- ۲) برخلاف یخ، در ساختار سیلیس، همه اتم‌های سازنده توسط پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند.
- ۳) نقطه جوش مواد مولکولی، به جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در آن ماده بستگی دارد.
- ۴) اگر اتم H مولکول کلروفرم را با کلر جایگزین کنیم، گشتاور دوقطبی مولکول کاهش پیدا می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳

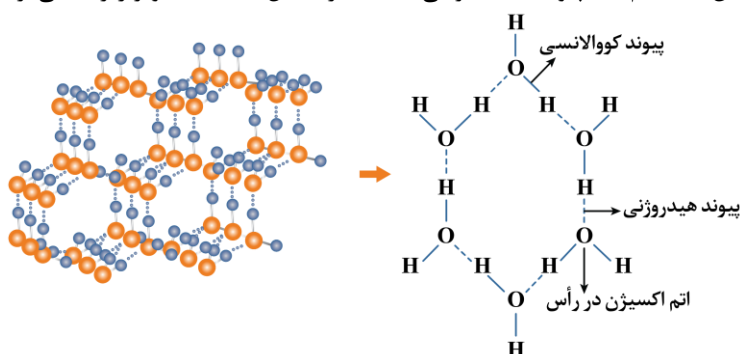
(متوسط - رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها - مفهومی و حفظی - ۱۳۰۳)

رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی در این مواد بستگی دارد. برای نمونه، آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است؛ در حالی که رفتار شیمیایی آن ماده به‌طور عمده به پیوندهای اشتراکی (جفت الکترون‌های پیوندی) و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول وابسته است.

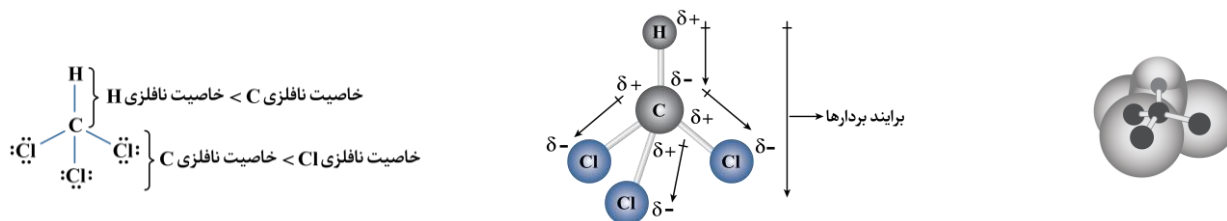
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در ساختار یک مولکول، اتمی با خاصیت نافلزی بیشتر، بار جزئی منفی پیدا خواهد کرد. در مولکول آب (H_2O)، خصلت نافلزی اتم مرکزی یعنی اتم O بیشتر بوده و در نتیجه این اتم دارای δ^- است. در مولکول آمونیاک (NH_3) نیز خصلت نافلزی اتم مرکزی یعنی اتم N بیشتر از اتم هیدروژن است و این اتم، دارای δ^- خواهد بود.

۲ در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر با پیوندهای هیدروژنی متصل است. این در حالی است که در ساختار سیلیس، همه اتم‌ها با پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند. تصویر زیر، نمایی از ساختار یخ را نشان می‌دهد:



۴ اگر اتم H مولکول کلروفرم ($CHCl_3$) را با اتم کلر جایگزین کنیم مولکول CCL_4 (کربن تتراکلرید) با گشتاور دوقطبی صفر حاصل می‌شود، در حالی که گشتاور دوقطبی کلروفرم بزرگ‌تر از صفر است. تصاویر زیر ساختار لوویس، بردار بارهای الکتریکی و نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کلروفرم را نشان می‌دهند:



انحراف باریکه مایع با میله شیشه‌ای

برای تشخیص قطبی یا ناقطبی بودن مولکول‌های سازنده یک مایع، می‌توانیم یک میله شیشه‌ای بردار را به باریکه‌ای از آن مایع نزدیک کنیم. اگر باریکه مایع تحت تأثیر میدان ایجادشده توسط میله شیشه‌ای منحرف شود، پی می‌بریم که مولکول‌های سازنده آن ماده قطبی هستند در حالی که اگر باریکه مایع منحرف نشود، پی می‌بریم که مولکول‌های سازنده آن ماده ناقطبی هستند. کلروفرم و اتانول، برخلاف کربن تتراکلرید و اوکتان، قطبی هستند و با نزدیک کردن میله شیشه‌ای به باریکه مایعی از آن‌ها، این باریکه مایع منحرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۹- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- الف: در دمای اتاق، حالت فیزیکی شاره یونی استفاده شده در نیروگاه خورشیدی، همانند یک نمونه از ید است.
 ب: در نیروگاه خورشیدی، از یک ترکیب حاوی مولکول‌های مجزا، برای جذب گرمای خورشید استفاده می‌شود.
 پ: بزرگ‌ترین منبع انرژی برای زمین، انرژی خود را توسط پرتوهای الکترومغناطیسی به سمت زمین گسیل می‌کند.
 ت: در نیروگاه خورشیدی، ماده‌ای که در طول شب انرژی گرمایی خورشید را ذخیره می‌کند، دمای کمتر از $1000K$ دارد.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

(متوسط - شاره‌های مولکولی - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

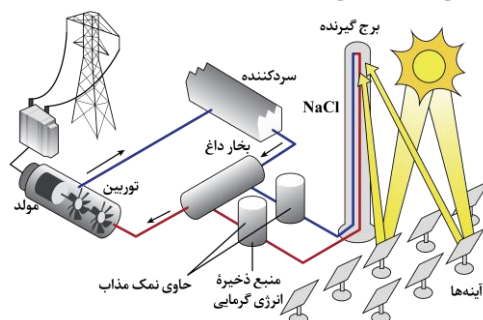
بررسی موارد:

«الف»: شاره یونی استفاده شده در نیروگاه خورشیدی، یک ماده یونی مثل سدیم کلرید مذاب است. این ماده تفاوت دمای ذوب و جوش بالایی داشته و انرژی پرتوهای خورشیدی را در بالاترین قسمت برج گیرنده به خود جذب می‌کند. توجه داریم که مواد یونی همانند یک نمونه خالص از ید، در دمای $25^{\circ}C$ به حالت جامد وجود دارند.

انرژی خورشیدی

خورشید بزرگ‌ترین منبع انرژی برای زمین است. این ستاره انرژی خود را در قالب پرتوهای الکترومغناطیسی مرئی و نامرئی به سمت ما (زمین) گسیل می‌کند که از آن می‌توان به‌عنوان یک منبع انرژی تجدیدپذیر استفاده کرد. از آنجا که بهره‌گیری بیشتر از این انرژی پاک موجب کاهش ردپای زیست‌محیطی می‌شود، دانشمندان به دنبال فناوری‌هایی هستند که بتوانند بخشی از این انرژی خدادادی و رایگان را ذخیره کرده و به شکل انرژی الکتریکی وارد چرخه مصرف کنند. تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی فرایند آسانی نبوده و به دانش و فناوری پیشرفته نیاز دارد و به همین خاطر است که فقط در برخی از کشورهای توسعه‌یافته انجام می‌شود.

«پ»: تصویر زیر نمایی از یک نیروگاه خورشیدی حرارتی را نشان می‌دهد:



در این نیروگاه، از یک ترکیب یونی مثل سدیم کلرید مذاب برای جذب گرمای خورشید استفاده می‌شود. در واقع، آینه‌ها پرتوها را بر روی برج گیرنده متمرکز کرده و انرژی این پرتوها را به شاره یونی منتقل می‌کنند. توجه داریم که مواد یونی از اجتماع یون‌ها تشکیل شده و در ساختار آن‌ها مولکول‌های مجزا وجود ندارد.

مواد مولکولی

مواد مولکولی از واحدهای مجزایی به نام مولکول تشکیل شده‌اند. این مواد در دمای اتاق می‌توانند به حالت گاز (مثل اتان، اتن، اتین و هیدروژن کلرید)، مایع (مثل هگزان و آب) و جامد (مثل ید و نفتالن و پلی‌اتن) باشند؛ درحالی که ترکیب‌های یونی و ترکیب‌های کووالانسی در دمای اتاق فقط به حالت جامد دیده می‌شوند. فلزها نیز اغلب به حالت جامد دیده می‌شود. جیوه، تنها عنصر فلزی است که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود و برم نیز تنها عنصر نافلزی است که در دمای اتاق به حالت مایع یافت می‌شود.

«پ»: خورشید، انرژی خود را در قالب پرتوهای الکترومغناطیسی به سمت زمین گسیل می‌کند. برخی از این پرتوها، دارای طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر بوده و در دسته پرتوهای مرئی قرار می‌گیرند در حالی که برخی از این پرتوها نامرئی هستند.

«ت»: اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ترکیب‌های یونی، بیشتر از ترکیب‌های مولکولی است؛ در نتیجه ترکیب‌های یونی، ظرفیت بیشتری برای جذب گرما داشته و در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع هستند، از این رو از شاره‌های یونی (مثل $NaCl$ مذاب و ...)، به‌عنوان ماده‌ای برای ذخیره انرژی گرمایی در نیروگاه‌های خورشیدی استفاده می‌شود. در این فناوری، ابتدا نور خورشید توسط آینه‌ها بر روی برج گیرنده (برجی که دارای شاره یونی است) متمرکز شده و باعث گرم شدن شاره یونی می‌شود. سپس شاره یونی مذاب، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی شده و در این مخزن باقی می‌ماند. در هنگام نیاز به انرژی الکتریکی، شاره یونی از منبع ذخیره انرژی گرمایی به طرف مخزن انتقال حرارت جاری شده و بخشی از انرژی خود را به شاره مولکولی (آب) می‌دهد و آن را به بخار تبدیل می‌کند. دمای ذوب سدیم کلرید برابر با ۸۰۱ درجه سلسیوس، معادل با ۱۰۷۴ کلوین است. از آنجا که در نیروگاه‌های خورشیدی سدیم کلرید به حالت مذاب وجود دارد، پس دمای این ماده همواره بالاتر از ۱۰۷۴ کلوین خواهد بود.

حالت فیزیکی مواد

هر ماده خالص، در دماهای بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز، در بازه دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود به حالت مایع و در دماهای پایین‌تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد وجود دارد. بر این اساس، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است. به‌طور کلی، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، نیروهای جاذبه میان ذره‌های سازنده آن ماده قوی‌تر است. از طرفی HF و نیتروژن جزء ترکیب‌های مولکولی هستند و سدیم کلرید نیز یک ترکیب یونی است؛ پس با توجه به بیشتر بودن تفاوت نقطه ذوب و جوش سدیم کلرید نسبت به دو ترکیب دیگر، می‌توان گفت نیروی جاذبه میان آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ترکیب‌های یونی، قوی‌تر از نیروی جاذبه وان‌دروالسی و یا پیوند هیدروژنی میان ذرات سازنده ترکیب‌های مولکولی است.

گروه آموزشی ماز

۷۰- مقدار ۱۷/۵ درصد از کل جرم ترکیب $X_3(SiO_4)_2$ را شبه‌فلز تشکیل داده است. جرم اتمی فلز X برابر چند amu است و اگر شمار نوترون‌ها در اتم این عنصر ۳ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها باشد، شماره گروه عنصر X چند برابر شماره گروه فراوان‌ترین فلز اصلی موجود در سیاره زمین می‌شود؟

(عدد جرمی را برابر با جرم اتمی در نظر بگیرید. $16 : g.mol^{-1}$ و $O = 28$ و Si)

۴ - ۵۳ (۴)

۳ - ۵۳ (۳)

۴ - ۵۱ (۲)

۳ - ۵۱ (۱)

(سخت - ساختار مولکولی و کووالانسی - مسئله - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

تنها شبه‌فلز موجود در ساختار ترکیب $X_3(SiO_4)_2$ ، معادل با سیلیسیم است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

جرم مولی سیلیسیم

$$17.5 = \frac{3 \times 28}{4x + 3 \times (92)} \times 100 \Rightarrow 17.5 = \frac{84}{4x + 276} \times 100 \Rightarrow x = 51$$

با توجه به اینکه در اتم عنصر X ، شمار نوترون‌ها ۳ عدد بیشتر از پروتون‌ها هستند، عدد اتمی این عنصر برابر با ۲۴ و تعداد نوترون آن برابر با ۲۷ است. این عنصر کروم ($^{54}_{24}Cr$) بوده که در گروه ۶ و دوره ۴ جدول دوره‌ای قرار دارد. آرایش الکترونی فلزهای واسطه موجود در تناوب چهارم به‌صورت زیر است:

$[18Ar]3d^14s^2$	$[18Ar]3d^24s^2$	$[18Ar]3d^34s^2$	$[18Ar]3d^44s^2$	$[18Ar]3d^54s^2$	$[18Ar]3d^64s^2$	$[18Ar]3d^74s^2$	$[18Ar]3d^84s^2$	$[18Ar]3d^94s^2$	$[18Ar]3d^{10}4s^2$
۲۱ Sc اسکاندیم	۲۲ Ti تیتانیم	۲۳ V وانادیم	۲۴ Cr کروم	۲۵ Mn منگنز	۲۶ Fe آهن	۲۷ Co کبالت	۲۸ Ni نیکل	۲۹ Cu مس	۳۰ Zn روی
$[18Ar]3d^14s^2$	$[18Ar]3d^24s^2$	$[18Ar]3d^34s^2$	$[18Ar]3d^44s^2$	$[18Ar]3d^54s^2$	$[18Ar]3d^64s^2$	$[18Ar]3d^74s^2$	$[18Ar]3d^84s^2$	$[18Ar]3d^94s^2$	$[18Ar]3d^{10}4s^2$

نماد کاتیون‌های حاصل از اکسایش اتم برخی از این فلزهای واسطه نیز به شرح جدول زیر است:

عنصر	وانادیم (۲۳V)	کروم (۲۴Cr)	آهن (۲۶Fe)	مس (۲۹Cu)
نماد کاتیون‌ها	V^{3+}	Cr^{3+}	Fe^{3+}	Cu^{2+}
آرایش الکترونی	$[18Ar]3d^2$	$[18Ar]3d^3$	$[18Ar]3d^5$	$[18Ar]3d^9$

فراوان‌ترین فلز اصلی موجود در ساختار سیاره زمین، منیزیم است. فلز منیزیم، متعلق به گروه شماره ۲ جدول تناوبی بوده و عدد اتمی آن برابر با ۱۲ است. شماره گروه کروم، ۳ برابر شماره گروه منیزیم است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- مخلوطی از ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها و اکسیژن در اختیار داریم. پس از ایجاد جرقه در این مخلوط، کل هیدروکربن موجود در آن به‌طور کامل سوخته و هیچ واکنش‌دهنده‌ای باقی نمی‌ماند. درصد جرمی گاز اکسیژن در مخلوط اولیه تقریباً چقدر بوده است؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۵۶/۸ (۴)

۶۳/۲ (۳)

۶۹/۶ (۲)

۷۷/۴ (۱)

ساده‌ترین عضو خانواده آلکن‌ها، اتن با فرمول مولکولی C_2H_2 است. اتن بر اساس معادله $C_2H_2(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g) + 2H_2O(g)$ به‌طور کامل می‌سوزد. نمونه‌ای از گاز اتن که جرم آن برابر با ۲۸ گرم بوده و شامل یک مول از این گاز می‌شود را در نظر گرفته و جرم گاز اکسیژن مورد نیاز برای سوختن کامل آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? g O_2 = 1 \text{ mol } C_2H_2 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 96 \text{ g}$$

درصد جرمی هر ماده در نمونه، گرم آن ماده را در صد گرم از نمونه مورد نظر نشان می‌دهد. با توجه به محاسبات بالا، اگر مخلوطی داشته باشیم که شامل ۲۸ گرم اتن و ۹۶ گرم اکسیژن باشد، پس از ایجاد جرقه در آن کل گاز اتن به‌طور کامل سوخته و هیچ واکنش‌دهنده‌ای باقی نمی‌ماند. بر این اساس، درصد جرمی گاز اکسیژن را در مخلوط مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

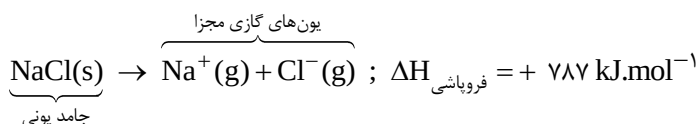
$$\text{درصد } = \frac{\text{جرم اکسیژن موجود در مخلوط}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{96}{96 + 28} \times 100 \approx 77.4\%$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- کدام ترکیب یونی زیر در مقایسه با سایر ترکیب‌های داده شده دارای آنتالپی فروپاشی شبکه کوچک‌تری است؟

- (۱) لیتیم برمید (۲) سدیم کلرید (۳) آلومینیم سولفید (۴) پتاسیم فلوئورید

به انرژی لازم برای فروپاشی شبکه بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. آنتالپی فروپاشی شبکه جامدهای یونی مختلف را در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌کنند. به‌عنوان مثال، معادله زیر، واکنش فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید جامد را نشان می‌دهد:

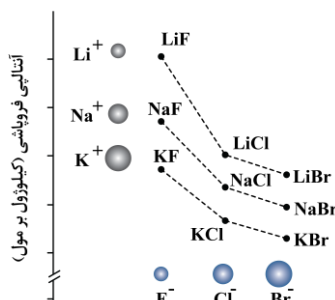


در این واکنش، یک ترکیب یونی جامد به یون‌های گازی تبدیل شده است. برای مقایسه آنتالپی شبکه ترکیبات یونی مختلف، به‌ترتیب از مقیاس‌های زیر استفاده می‌کنیم:

- مقایسه مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده ترکیب مورد نظر ← هر ترکیبی که مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده آن بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.
- در صورت یکسان بودن مجموع قدر مطلق بار الکتریکی یون‌ها، مقایسه شعاع آنیون و کاتیون سازنده ← هر ترکیبی که شعاع یون‌های سازنده آن کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.

از میان لیتیم برمید، سدیم کلرید، پتاسیم فلوئورید و آلومینیم سولفید، یون‌ها در آلومینیم سولفید برابر ۵ و در سه ترکیب دیگر برابر با ۲ است؛ پس می‌توان گفت آنتالپی شبکه بلور این ترکیب در مقایسه با سه ترکیب دیگر بیشتر است. سایر مواد داده شده، در دسته هالیدهای فلزهای قلیایی قرار می‌گیرند.

هالیدهای فلزهای قلیایی شامل گروهی از ترکیب‌های یونی می‌شوند که از واکنش میان عناصر فلزی گروه اول (فلزهای قلیایی) و عناصر نافلزی گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) به‌دست می‌آیند. به‌طور کلی در هالیدهای فلزهای قلیایی با افزایش عدد اتمی آنیون یا کاتیون، شعاع این یون‌ها افزایش پیدا کرده و چگالی بار آن‌ها کم‌تر می‌شود. در این گروه از ترکیب‌های یونی، با افزایش عدد اتمی آنیون یا کاتیون، آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری جامد یونی کاهش پیدا می‌کند. به‌عنوان مثال، چون عدد اتمی پتاسیم بیشتر از لیتیم است، آنتالپی فروپاشی شبکه پتاسیم کلرید کم‌تر از آنتالپی فروپاشی شبکه بلور لیتیم کلرید می‌شود. نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی شبکه هالیدهای حاصل از فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، به‌طور کلی با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها و یا فلزهای قلیایی، تفاوت فروپاشی ΔH هالیدهای فلزهای قلیایی کاهش پیدا می‌کند. با توجه به نمودار بالا، از میان ترکیب‌های لیتیم برمید، سدیم کلرید و پتاسیم فلوئورید، ترکیب سدیم کلرید دارای آنتالپی فروپاشی شبکه کمتری است.

۷۳- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- الف: نسبت عدد کوئوردیناسیون آنیون به کاتیون در ساختار بلور منیزیم فسفید، برابر با $1/5$ است.
 ب: اگر دمای ذوب سدیم کلرید برابر 801°C باشد، دمای ذوب پتاسیم برمید می تواند برابر 898°C باشد.
 پ: با عبور دادن جریان الکتریسیته از درون جامدهای یونی، این مواد به عناصر سازنده خود تجزیه می شوند.
 ت: به خاطر جابه جایی یون ها در اثر ضربه و ایجاد نیروی دافعه به دنبال آن، بلور جامد لیتیم کلرید شکننده است.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

(متوسط - جامد یونی - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در ترکیبهای یونی، هر کاتیون با شمار معینی آنیون و هر آنیون با شمار معینی کاتیون احاطه شده است. به شمار نزدیکترین یونهای ناهم نام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون گفته می شود. نسبت میان عدد کوئوردیناسیون آنیون به عدد کوئوردیناسیون کاتیون در یک ترکیب یونی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\text{زیروند کاتیون}}{\text{زیروند آنیون}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}$$

فرمول شیمیایی منیزیم فسفید به صورت Mg_3P_2 است. زیروند کاتیون در این ترکیب، برابر با ۳ و زیروند آنیون آن نیز برابر با ۲ است؛ در نتیجه نسبت خواسته شده برابر با $1/5$ خواهد بود.

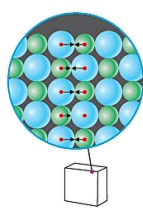
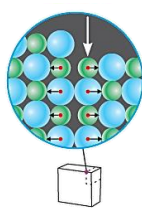
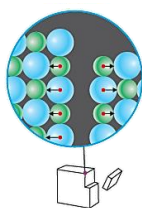
«ب»: یون پتاسیم در مقایسه با یون سدیم شعاع بیشتر و چگالی بار کمتری دارد. یون برمید نیز در مقایسه با یون کلرید شعاع بیشتر و چگالی بار کمتری دارد پس آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم کلرید بیشتر از پتاسیم برمید خواهد بود. از آنجا که آنتالپی فروپاشی شبکه بلور پتاسیم برمید کمتر از NaCl است؛ پس می توان گفت این ترکیب باید در مقایسه با NaCl دمای ذوب کمتری داشته باشد.

«پ»: مواد یونی در حالت مذاب و محلول در آب، رسانای جریان الکتریسیته بوده و با عبور جریان، در شرایط خاصی به عناصر سازنده خود تجزیه می شوند، در حالی که این مواد در حالت جامد نارسا هستند.

ترکیبات یونی

در ساختار ترکیبات یونی در حالت جامد، آنیون ها و کاتیون ها در جاهای ثابتی قرار داشته و امکان حرکت ندارند. به همین خاطر، این مواد در حالت جامد رسانای جریان الکتریسیته نبوده و چون در ساختار آن ها هیچ مولکولی وجود ندارد، برای توصیف آن ها نمی توان از واژه مولکول استفاده کرد. این در حالی است که ترکیبهای یونی در حالت مذاب و یا محلول در آب، رسانای جریان برق هستند.

«ت»: در اثر وارد شدن ضربه به بلور یک جامد یونی مثل لیتیم کلرید، ذرات سازنده این ماده (آنیون ها و کاتیون ها) جابه جا شده و یونهای هم نام در کنار یکدیگر قرار می گیرند. دافعه ایجاد شده میان یون ها در این حالت، موجب جدا شدن دو قطعه از هم و خرد شدن این ماده جامد می شود. تصویر زیر، نمایی از این فرایند را نشان می دهد:



نیروهای دافعه در هنگام وارد شدن ضربه



گروه آموزشی ماز

۷۴- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- (۱) عناصر فلزی بخش عمده ای از عناصر جدول تناوبی را تشکیل داده و در دسته های s ، p ، d و f یافت می شوند.
 (۲) به جز فلزهای دسته d ، بقیه فلزها هنگام تبدیل شدن به یون پایدار خود، به آرایش الکترونی گاز نجیب می رسند.
 (۳) بیرونی ترین زیرلایه الکترونی در اتمهای سازنده عناصر فلزی موجود در ساختار نیتینول، مشابه یکدیگر است.
 (۴) سه مورد از عناصر گروه چهاردهم جدول دوره ای، در حالت خالص از مدل دریای الکترونی پیروی می کنند.

(آسان - فلزها - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

به جز تعدادی از فلزهای واسطه موجود در جدول دوره ای، برخی از فلزهای اصلی مثل گالیوم، قلع، سرب و ... نیز هنگام تبدیل شدن به یون پایدار خود، به آرایش الکترونی یک گاز نجیب نمی رسند. به عنوان مثال، یون Ga^{3+} از اتم خنثی گالیوم حاصل شده و به آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نرسیده است و نسبت به گاز نجیب پیش از خود دارای ۱۰ الکترون بیشتر است.

۱ عناصر فلزی بخش عمده‌ای از عناصر جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند. این عناصر در دسته‌های S (مثل سدیم و پتاسیم)، p (مثل آلومینیم و قلع)، f (مثل اورانیوم) و d (مثل آهن، مس و نقره) جدول دوره‌ای یافت می‌شوند. توجه داریم که کل عناصر موجود در دسته‌های d و f جدول دوره‌ای، همگی در دسته فلزها قرار می‌گیرند.

۳ تیتانیم به شکل آلیاژهای گوناگون کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. به‌عنوان مثال، نیتینول آلیاژی از تیتانیم و نیکل بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است. همان‌طور که گفتیم، نیتینول از اتم‌های نیکل (^{58}Ni) و تیتانیم (^{48}Ti) ساخته شده است. این دو عنصر فلزی متعلق به دسته d از تناوب چهارم بوده و آرایش الکترونی آن‌ها به زیرلایه $4s^2$ ختم می‌شود.

تیتانیم، فلزی فراتر از تصور

تیتانیم (^{48}Ti) یکی از عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود. کاربردهای ویژه فلز تیتانیم به شرح زیر هستند:

ساخت موتور جت: از تیتانیم برای ساختن قطعات موتور جت استفاده می‌شود. هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همه اجزای ثابت و متحرک آن دمای بالایی پیدا می‌کنند؛ پس برای ساختن این قطعات باید از فلزی استفاده کنیم که دمای ذوب بالایی داشته باشد.

ساخت پروانه کشتی: از آن‌جا که تیتانیم در مقایسه با فولاد به مقدار بسیار کم‌تری با ذرات موجود در آب دریا وارد واکنش می‌شود، از این فلز برای ساختن پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

نمای ساختمان‌ها: با توجه به زیبایی و مقاومت تیتانیم در مقابل خوردگی و سایش، نمای موزه گوگنهایم با پوشش بیرونی تیتانیم ساخته شده است.

تولید آلیاژ: تیتانیم به شکل آلیاژهای گوناگون کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. به‌عنوان مثال، نیتینول آلیاژی از تیتانیم و نیکل بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است. از این آلیاژ در ساخت فراورده‌های صنعتی و پزشکی مانند سازه‌های فلزی در ارتودنسی، قاب (فریم) عینک و استنت استفاده می‌شود.

۴ گروه ۱۴ جدول دوره‌ای شامل ۶ عنصر مختلف شده و ۳ عنصر اول موجود در آن، نافلز و یا شبه‌فلز هستند. بر این اساس، می‌توان گفت از میان عناصر موجود در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، عناصر قلع، سرب و فلورویم فلز بوده و از مدل دریای الکترونی پیروی می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۷۵- آنتالپی سوختن متانول برابر با $-729/6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ است. برای تأمین انرژی مورد نیاز جهت تولید ۱ مول یون گازی مجزا بر اثر فروپاشی شبکه بلور سدیم اکسید، تقریباً باید چند گرم متانول را به‌طور کامل بسوزانیم؟ (آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم اکسید برابر با $2508 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ بر مول است.

$$O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$60/6 \text{ (۴)}$$

$$48/8 \text{ (۳)}$$

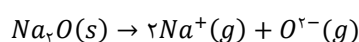
$$36/6 \text{ (۲)}$$

$$24/4 \text{ (۱)}$$

(متوسط - جامد یونی - مسئله - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

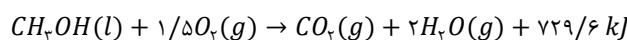
واکنش فروپاشی شبکه سدیم اکسید به‌صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، بر اثر فروپاشی شبکه ۱ مول از این ترکیب، ۳ مول یون گازی تولید می‌شود، پس داریم:

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol یون} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2O}{3 \text{ mol یون}} \times \frac{2508 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } Na_2O} = 836 \text{ kJ}$$

واکنش سوختن متانول نیز به‌صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، جرم متانول مورد نیاز برای تولید ۸۳۶ کیلوژول انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } CH_3OH = 836 \text{ kJ انرژی} \times \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{729/6 \text{ kJ انرژی}} \times \frac{32 \text{ g } CH_3OH}{1 \text{ mol } CH_3OH} \approx 36/6 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۷۶- در یک آلیاژ فلزی، شمار اتم‌های آلومینیم ۶ برابر شمار اتم‌های تیتانیم است. برای تهیه تیتانیم موجود در یک نمونه ۸۴۰ گرمی از این آلیاژ، باید چند

گرم تیتانیم (IV) اکسید مذاب را برکافت کنیم؟ ($O = 16$ و $Al = 27$ و $Ti = 48 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)

$$168 \text{ (۴)}$$

$$336 \text{ (۳)}$$

$$320 \text{ (۲)}$$

$$640 \text{ (۱)}$$

(متوسط - فلزها - مسئله - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

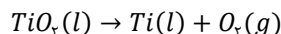
جرم هر اتم تیتانیم برابر با 48 amu و جرم هر اتم آلومینیم نیز برابر با 27 amu است. بر این اساس، درصد جرمی اتم‌های تیتانیم را در این آلیاژ فلزی محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{درصد جرمی تیتانیم} = \frac{\text{جرم اتمی تیتانیم} \times 1}{\text{جرم اتمی آلومینیم} \times 6 + \text{جرم اتمی تیتانیم} \times 1} \times 100 = \frac{1 \times 48}{1 \times 48 + 6 \times 27} \times 100 = 22/86 \text{ درصد}$$

در مرحله بعد، جرم تیتانیوم موجود در آلیاژ ۸۴۰ گرمی را محاسبه می‌کنیم.

$$? g Ti = ۸۴۰ g \text{ آلیاژ} \times \frac{۲۲/۸۶ g Ti}{۱۰۰ g \text{ آلیاژ}} = ۱۹۲ g$$

تیتانیوم بر اساس معادله موازنه شده زیر، طی فرایند برقکافت تولید می‌شود:



با توجه به معادله این واکنش، جرم تیتانیوم (IV) اکسید مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم.

$$? g TiO_2 = ۱۹۲ g Ti \times \frac{۱ mol Ti}{۴۸ g Ti} \times \frac{۱ mol TiO_2}{۱ mol Ti} \times \frac{۸۰ g TiO_2}{۱ mol TiO_2} = ۳۲۰ g$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- اگر فرمول شیمیایی اسکاندیم آزید به صورت $Sc(N_3)_3$ باشد، نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در ساختار سدیم سیلیکات، چند برابر مقدار این نسبت در پتاسیم آزید می‌شود؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

(آسان - جامد یونی - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بار الکتریکی یون اسکاندیم برابر با ۳+ بوده و فرمول شیمیایی اسکاندیم آزید نیز به صورت $Sc(N_3)_3$ است. از آنجا که مجموع بار آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ساختار این ترکیب با هم برابر است، پس بار الکتریکی یون آزید نیز به صورت N_3^- می‌شود. با توجه به توضیحات داده شده، فرمول شیمیایی پتاسیم آزید به صورت KN_3 شده و فرمول شیمیایی سدیم سیلیکات نیز به صورت Na_4SiO_4 است. در این رابطه، داریم:

$$\frac{\text{نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در } Na_4SiO_4}{\text{نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در } KN_3} = \frac{\frac{9}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

ترکیبات یونی

هرگاه اتم‌های یک عنصر فلزی مثل سدیم در مجاورت با اتم‌های یک عنصر نافلزی مثل کلر قرار بگیرند، اتم‌های فلزی اکسایش پیدا می‌کنند و الکترون‌های خود را به اتم‌های نافلزی منتقل می‌کنند. طی این فرایند، اتم‌ها با یکدیگر الکترون دادوستد می‌کنند و به یون‌هایی با بار مخالف تبدیل می‌شوند و در نتیجه آن یک ترکیب یونی تولید می‌شود. از آنجا که مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها و آنیون‌های موجود در هر ترکیب یونی با هم برابر است، ترکیبات یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی هستند. توجه داریم که ترکیب‌های یونی در حالت جامد رسانای جریان الکتریسیته نیستند اما با ذوب کردن این مواد یا انحلال آن‌ها در آب، یک محلول الکترولیت به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۷۸- در عنصر X با عدد اتمی کمتر از ۳۶، تعداد الکترون با $l = 0$ و $l = 1$ با یکدیگر برابر است. در رابطه با این عنصر، کدام عبارت می‌تواند درست باشد؟

الف: چگالی بار یون پایدار آن از چگالی بار یون فلئورید بیشتر است.

ب: یون تک اتمی حاصل از این عنصر، معادل با دومین کاتیون فراوان در آب دریا است.

پ: حالت فیزیکی آن نسبت به عناصر هم‌گروه خود متفاوت بوده و مشابه عنصر پس از خود است.

ت: واکنش‌پذیری کمتری نسبت به عنصر قبل از خود دارد و در واکنش با گاز زرد رنگ کلر، ۲ الکترون از دست می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - جامد یونی - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

در میان ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی (عناصر موجود در تناوب‌های اول تا چهارم)، تعداد الکترون با $l = 0$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های S) عناصر منیزیم و اکسیژن با تعداد الکترون با $l = 1$ (الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های p) آن‌ها برابر است. همه عبارت‌های داده شده می‌تواند درباره یکی یا هر دو مورد از این عناصر درست باشد.

بررسی موارد:

«الف»: با توجه به بیشتر بودن بار الکتریکی یون اکسید در مقایسه با یون فلئورید و کوچک‌تر بودن شعاع یون منیزیم در مقایسه با یون فلئورید، می‌توان گفت چگالی بار یون‌های O^{2-} و Mg^{2+} از چگالی بار یون فلئورید بیشتر است.

شعاع یونی و اتمی

اغلب اتم‌های فلزی با از دست دادن الکترون می‌توانند تبدیل به کاتیون شوند و اغلب نافلزها نیز با گرفتن الکترون می‌توانند تبدیل به آنیون شوند؛ در نتیجه می‌توان مقایسه زیر را برای این فرایند نوشت:

شعاع آنیون آن < شعاع نافلز و شعاع کاتیون آن > شعاع فلز

برای مثال، شعاع اتم Na، بیشتر از شعاع یون Na^+ بوده و شعاع اتم Cl نیز کمتر از شعاع آنیون Cl^- است. در طول یک دوره، هرچه بار مثبت کاتیون بیشتر باشد، شعاع آن کمتر و هرچه بار منفی آنیون بیشتر باشد، شعاع آن بیشتر است. برای مثال، شعاع یون‌های پایدار حاصل از عناصر موجود در دوره سوم جدول تناوبی به صورت زیر است:

$$P^{3-} > S^{2-} > Cl^- > Na^+ > Mg^{2+} > Al^{3+}$$

شعاع یون‌ها در دوره سوم

به طور کلی از میان یون‌هایی که شمار الکترون‌های برابری دارند، شعاع گونه‌ای که شمار پروتون‌های بیشتری دارد نسبت به بقیه یون‌ها کوچک‌تر است و شعاع گونه‌ای که شمار پروتون‌های کم‌تری دارد، نسبت به بقیه یون‌ها بزرگ‌تر است. به عنوان مثال، یون‌های O^{2-} و Mg^{2+} شمار الکترون‌های برابری دارند اما چون پروتون‌های موجود در یون Mg^{2+} بیشتر است، این یون شعاع کوچک‌تری دارد.

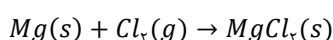
«ب»: آب دریاها با توجه به نوع و محتویات آب رودخانه‌های وارد شده به آن‌ها، شامل انواع متفاوتی از آنیون‌ها و کاتیون‌ها می‌شوند. کاتیون Mg^{2+} ، دومین کاتیون فراوان در آب دریا است.

نکات زیر را راجع به یون‌های موجود در آب دریا به خاطر بسپارید:

- ✓ کاتیون عنصرهای گروه اول و دوم جدول دوره‌ای در آب دریا وجود دارند.
- ✓ مقدار یون کلرید از بقیه آنیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم: $Cl^- > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^-$: مقدار آنیون‌ها
- ✓ مقدار یون سدیم از بقیه کاتیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم: $Na^+ > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+$: مقدار کاتیون‌ها

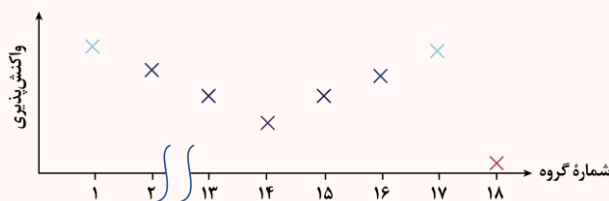
«پ»: اکسیژن، اولین عنصر موجود در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای است. حالت فیزیکی اکسیژن نسبت به دیگر عناصر هم‌گروه خود متفاوت و مشابه عنصر بعد از خود یعنی فلوئور است.

«ت»: منیزیم واکنش‌پذیری کمتری نسبت به عنصر قبل از خود (سدیم) دارد. هر اتم منیزیم در واکنش با گاز کلر، دو الکترون ظرفیتی خود را از دست می‌دهد و به کاتیون منیزیم تبدیل می‌شود. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



واکنش‌پذیری عناصر اصلی

اگر فقط عناصر اصلی (عناصر دسته‌های S و P) را در نظر بگیریم، در هر تناوب با حرکت از سمت چپ به راست، ابتدا از خاصیت فلزی عناصر کاسته شده و واکنش‌پذیری آن‌ها کاسته می‌شود. این روند تا قسمت میانی هر تناوب ادامه پیدا می‌کند اما پس از آن، خاصیت نافلزی عناصر به مرور افزایش پیدا کرده و واکنش‌پذیری آن‌ها مجدداً افزایش پیدا می‌کند تا به گروه ۱۷ از آن تناوب برسیم. توجه داریم که در آخرین خانه هر تناوب (گروه ۱۸) نیز یک گاز نجیب با واکنش‌پذیری اندک وجود دارد. تصویر زیر، مقایسه واکنش‌پذیری عناصر اصلی که در گروه‌های مختلف جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام موارد از عبارات‌های داده شده درست هستند؟

- الف: یک نمونه Fe_3O_4 ، از جمله رنگ‌دانه‌های معدنی بوده که در طبیعت وجود دارد و پر توهای مرئی قرمز را جذب می‌کند.
- ب: رنگ‌هایی که برای پوشش سطوح کاربرد دارند، کلونید بوده و مانع خوردگی سطح توسط مواد شیمیایی می‌شوند.
- پ: اجسام ساخته شده از تیتانیم، برخلاف یک نمونه از فولاد زنگ‌نزن، مقاومت بسیار بالایی در برابر سایش دارند.
- ت: در محلولی از وانادیم که به رنگ بنفش دیده می‌شود، هر یون وانادیم دارای ۱۱ الکترون با $n = 3$ است.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

(متوسط - فلزها - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارات‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: رنگ‌دانه Fe_3O_4 ، یک رنگ‌دانه معدنی بوده و رنگ آن قرمز است. قرمز دیده شدن یک ماده، به منزله بازتاب نور قرمز توسط آن ماده است. این ماده، نور قرمز را بازتاب داده است و بقیه طول موج‌های نور مرئی را جذب کرده است.

رنگ‌دانه‌های معدنی

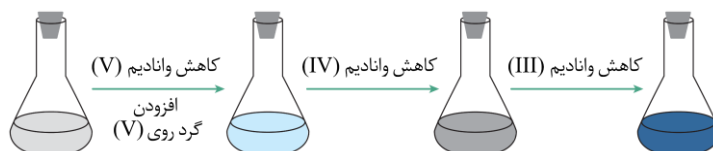
جزء سازنده اصلی یک ماده رنگی که به آن رنگ می‌بخشد، رنگ‌دانه نام دارد. در واقع، رنگ‌دانه‌های موجود در یک ماده با جذب یا بازتاب برخی از پرتوهای مرئی، سبب ایجاد رنگ‌های مختلف می‌شوند. به عنوان مثال، رنگ سبز درختان و رنگ سرخ گل رز به خاطر وجود رنگ‌دانه‌ها است. تیتانیم (IV) اکسید، آهن (III) اکسید و دوده، از جمله رنگ‌دانه‌های معدنی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه را ایجاد می‌کنند. انسان‌های گذشته این مواد را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و برخی از کانی‌ها تهیه می‌کردند. توجه داریم که در ساختار تیتانیم (IV) اکسید و آهن (III) اکسید، یون‌های حاصل از اتم‌های فلزی یافت می‌شوند اما دوده، نمونه خالصی از کربن بوده و فاقد اتم فلزی است.

«ب»: امروزه با پیشرفت و گسترش تولید فراورده‌های صنعتی، این فراورده‌ها افزون بر رقابت در جنبه‌های کمی و کیفی، باید از دیدگاه زیباشناختی نیز رنگ و رنگ‌آمیزی جذاب و مناسبی داشته باشند. بر این اساس، امروزه رنگ‌های ساختگی گوناگونی تولید می‌شوند که از آن‌ها در صنایع غذایی، نساجی و ساختمانی

استفاده می‌شود. رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند (مثل رنگ‌های روغنی)، نوعی کلوئید هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، از نفوذ رطوبت و اکسیژن به لایه‌های زیرین جلوگیری کرده و مانع خوردگی اجسام در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی شوند.

«پ»: تیتانیوم (Ti) یکی از عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی استفاده می‌شود. اجسام ساخته شده از فلز تیتانیوم، همانند فولاد زنگ‌نزن، مقاومت بسیار بالایی در برابر سایش دارند. با توجه به زیبایی ظاهری تیتانیوم و مقاومت بالای این فلز در مقابل خوردگی و سایش، ساخت بناهایی از جمله موزه گوگنهایم با پوشش بیرونی تیتانیوم، باعث افزایش ماندگاری این بناها شده است.

«ت»: جدول زیر، رنگ محلول‌های مختلف وانادیم را نشان می‌دهد:

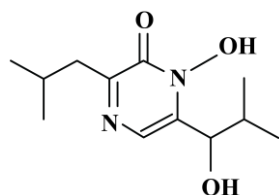


محلول	محلولی از نمک وانادیم (V)	محلولی از نمک وانادیم (IV)	محلولی از نمک وانادیم (III)	محلولی از نمک وانادیم (II)
رنگ محلول	زرد	آبی	سبز	بنفش
آرایش الکترونی وانادیم	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	وانادیم در این محلول به شکل یون چنداتی است.	$[18Ar]3d^2$	$[18Ar]3d^3$

با توجه به داده‌های موجود در این جدول، در محلولی از وانادیم که به رنگ بنفش دیده می‌شود، هر یون وانادیم دارای ۳ الکترون در زیرلایه $3d$ (الکترون‌هایی با $l = 2$)، ۶ الکترون در زیرلایه $3p$ و ۲ الکترون در زیرلایه $3s$ خود است.

گروه آموزشی ماز

۸۰- تفاوت درصد جرمی اتم‌های کربن و اکسیژن در ترکیب مقابل چقدر بوده و در ساختار این ترکیب، چند اتم کربن وجود دارد که فقط به یک اتم هیدروژن متصل شده‌اند؟ ($O = 16$ و $N = 14$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g.mol^{-1}$)



- (۱) ۵ - ۴۰
- (۲) ۴ - ۴۰
- (۳) ۵ - ۵۰
- (۴) ۴ - ۵۰

(سخت - رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها - مسئله ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_{12}H_{12}N_2O_3$ بوده و جرم مولی آن برابر با ۲۴۰ گرم بر مول است. این ترکیب، در ساختار مولکولی خود ۳ پیوند دوگانه و یک حلقه دارد. درصد جرمی اتم‌های کربن در این مولکول، برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{12 \times 12}{240} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی کربن} = 60 \Rightarrow \text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم کل مولکول}} \times 100$$

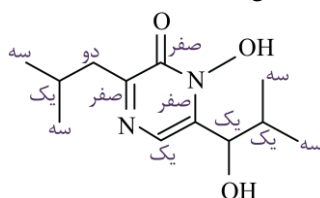
درصد جرمی اتم‌های اکسیژن در این مولکول، برابر است با:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{3 \times 16}{240} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی اکسیژن} = 20 \Rightarrow \text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{جرم اتم‌های اکسیژن}}{\text{جرم کل مولکول}} \times 100$$

بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد} = 60 - 20 = 40 \Rightarrow \text{درصد جرمی اکسیژن} - \text{درصد جرمی کربن}$$

شمار اتم‌های هیدروژن متصل به هر اتم کربن در ساختار زیر مشخص شده است:



همان‌طور که مشخص است، در ساختار این ترکیب ۴ اتم کربن وجود دارد که به یک اتم هیدروژن متصل شده‌اند.

گروه آموزشی ماز

۸۱- درصد جرمی کربوهیدرات در نوعی خوراکی، $1/5$ برابر درصد جرمی پروتئین در آن بوده و ارزش سوختی این ماده خوراکی برابر با $3/4 kJ.g^{-1}$ است. اگر این خوراکی فاقد چربی باشد، در ۲۵۰ گرم از آن چند گرم پروتئین وجود دارد؟ (ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها برابر $17 kJ.g^{-1}$ بوده و فرض کنید که سایر مواد موجود در این خوراکی، منبع انرژی به‌شمار نمی‌روند.)

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

بدن ما از غذا، مواد گوناگونی دریافت می‌کند. این مواد شامل کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها، پروتئین‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی بوده که سه ماده نخست، افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تأمین انرژی آن‌ها نیز هستند. برای تعیین میزان انرژی موجود در مواد غذایی از کمیتی به نام ارزش سوختی استفاده می‌شود. ارزش سوختی یک ماده غذایی، مقدار انرژی است که از اکسایش کامل یک گرم از آن ماده غذایی حاصل می‌شود و یکای آن کیلوژول بر گرم ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$) است.

ارزش سوختی سه ماده غذایی زیر را به خاطر بسپارید:

ماده غذایی	کربوهیدرات‌ها	پروتئین‌ها	چربی‌ها
ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)	۱۷	۱۷	۳۸

برای محاسبه ارزش سوختی یک خوراکی کافی است درصد جرمی هر یک از سه ماده غذایی بالا را در فرمول زیر قرار دهیم:

$$38 \times (\text{درصد جرمی چربی}) + 17 \times (\text{درصد جرمی پروتئین} + \text{درصد جرمی کربوهیدرات}) = \text{ارزش سوختی یک خوراکی}$$

اگر درصد جرمی پروتئین را برابر با x در نظر بگیریم، درصد جرمی کربوهیدرات برابر با $1/5x$ می‌شود. در این حالت، برای یک گرم از این خوراکی داریم:

$$\left(17 \times \frac{x}{100}\right) + \left(17 \times \frac{1/5x}{100}\right) = 3/4 \rightarrow 2/5x = \frac{3/4 \times 100}{17} \rightarrow x = 8$$

یعنی درصد جرمی پروتئین در خوراکی موردنظر ۸٪ است؛ بنابراین در 250 g از این خوراکی 20 g پروتئین وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۲- اگر قطعه‌های مجزا از فلزهای نقره و مس به جرم 500 گرم و با دمای 70°C درون یک ظرف دارای $1/6$ لیتر آب با دمای 299 کلوین انداخته شود، کاهش

دمای هر قطعه فلز، چند برابر افزایش دمای آب خواهد بود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه آب، مس و نقره به ترتیب برابر $4/2$ ، $4/4$ و $24/0$ ژول بر گرم بر درجه

سانتی‌گراد است.)

۳۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۵/۶ (۲)

۱۳ (۱)

ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده، معادل با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه یک درجه سانتی‌گراد است. مقدار گرمای ویژه مواد مختلف را با نماد c نشان می‌دهند. از رابطه زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم ($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم (Q) استفاده می‌شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

اگر دو جسم با دمای متفاوت در مجاورت هم قرار بگیرند، گرما از جسمی که دمای بالاتری دارد به سمت جسمی که دمای پایین‌تری دارد جاری می‌شود. فرایند انتقال گرما در این حالت تا جایی ادامه پیدا می‌کند که دمای اجسام مورد نظر با هم برابر شود. این شرایط به تعادل گرمایی معروف بوده و برای برقرار شدن آن، مقدار گرمای خارج شده از جسم گرم‌تر باید با مقدار گرمای جذب شده توسط جسم سردتر برابر باشد. در شرایط آزمایش، دمای تعادلی را برابر با θ_e در نظر می‌گیریم. طی این فرایند، فلزها گرما از دست داده و نمونه آب نیز گرما به دست می‌آورد. رابطه تعادل گرمایی برای دو فلز و آب را می‌نویسیم تا دمای تعادل به دست آید. بر این اساس، داریم:

$\Rightarrow$ گرمای جذب شده توسط آب = گرمای دفع شده توسط فلزها

$$[500 \cdot g_{Cu} \times 0/4 \times (70^\circ\text{C} - \theta_e)] + [500 \cdot g_{Ag} \times 0/24 \times (70^\circ\text{C} - \theta_e)] = [1600 \cdot g_{H_2O} \times 4/2 \times (\theta_e - 26^\circ\text{C})] \Rightarrow \theta_e = 28^\circ\text{C}$$

بنابراین تغییر دمای هر فلز برابر با 42°C بوده و تغییر دمای آب نیز برابر 2°C است. در این شرایط، مقدار نسبت این دو عدد برابر با ۲۱ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف: شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی مختلف، در علم گرماشیمی بررسی می‌شود.

ب: با ریختن یک لیوان آب سرد در یک استخر آب گرم، انرژی گرمایی استخر آب افزایش پیدا می‌کند.

پ: انجام یک فرایند گرماده، باعث انتقال گرما از سامانه به محیط پیرامون شده و پایداری سامانه افزایش می‌یابد.

ت: برای تغییر دمای یکسان دو نمونه مجزا از آب و روغن با ظرفیت گرمایی برابر، نمونه آب انرژی بیشتری مبادله می‌کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: برای تعیین محتوای انرژی نمونه‌های مختلف و همچنین روند تغییر انرژی در طی یک واکنش، از علم گرماشیمی یا ترمودینامیک استفاده می‌شود. همچنین شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی، سرعت (تندی) انجام واکنش‌های شیمیایی و نیز عوامل مربوط به سرعت انجام آن‌ها، در علم سینتیک شیمیایی بررسی می‌شود.

«ب»: هر نمونه با توجه به دما، فشار و ... خود، دارای انرژی گرمایی مخصوص خود بوده که از صفر بیشتر است. با مخلوط کردن یک نمونه ماده در نمونه دیگر از آن ماده، انرژی گرمایی نمونه ماده جدید ایجاد شده، برابر با حاصل جمع انرژی گرمایی دو نمونه اولیه است. بر این اساس، می توان گفت انرژی گرمایی مخلوط دو نمونه نسبت به انرژی گرمایی هر کدام از نمونه های اولیه بیشتر است.

«پ»: به طور کلی، سطح انرژی هر سامانه با میزان پایداری آن رابطه عکس دارد. با انجام فرایند گرماگیر در یک سامانه، انرژی از محیط به سامانه انتقال پیدا می کند. طی این فرایند، انرژی سامانه افزایش و در نتیجه پایداری آن کاهش می یابد. با انجام فرایند گرماده نیز انرژی از سامانه به محیط انتقال پیدا می کند. طی این فرایند، انرژی سامانه کاهش و در نتیجه پایداری آن افزایش می یابد.

«ت»: دو تعریف مهم را همیشه به خاطر بسپارید. انرژی لازم برای افزایش دمای یک نمونه به اندازه 1°C را ظرفیت گرمایی می گوئیم. از طرفی، انرژی لازم برای افزایش دمای یک گرم از یک نمونه به اندازه 1°C را نیز ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه می نامند. با توجه به توضیحات داده شده، برای افزایش دمای یکسان دو نمونه ماده با ظرفیت گرمایی (C) برابر، انرژی یکسانی لازم است؛ اما برای افزایش دمای یکسان دو نمونه با جرم برابر، نمونه ای با گرمای ویژه (C) بالاتر، انرژی بیشتری نیز نیاز دارد.

انرژی گرمایی

اگر بخواهیم دمای دو جسم متفاوت با جرم های یکسان را به میزان برابری افزایش بدهیم، مقدار گرمای مورد نیاز برای تغییر دمای جسمی که گرمای ویژه (c) بزرگتری دارد، نسبت به جسم دیگر بیشتر خواهد بود. به عنوان مثال، اگر 200 گرم آب با دمای 25°C و گرمای ویژه $4.18\text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ و $200\text{ گرم روغن زیتون}$ با دمای 25°C و گرمای ویژه $1.97\text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ را در دو ظرف جداگانه بریزیم، برای رساندن دمای نمونه های آب و روغن زیتون به 75°C ، به ترتیب به 41800 و 19700 ژول گرما نیاز داریم. به همین خاطر است که می گوئیم اگر تخم مرغ های A و B را به ترتیب در نمونه هایی از آب و روغن زیتون با جرم 200 گرم و دمای 75°C بیندازیم، تخم مرغ A برخلاف تخم مرغ دیگر پخته می شود. در واقع چون آب در مقایسه با روغن زیتون گرمای ویژه بالاتری دارد، تخم مرغ A در تماس با آب گرمای بیشتری را جذب کرده و پخته می شود در حالی که گرمای جذب شده توسط تخم مرغ B در تماس با روغن زیتون، برای پخته شدن آن کافی نیست.

گروه آموزشی ماز

۸۴- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- ۱) افزایش نامتناسب برخی مولکول ها و یون ها در وعده های غذایی سبب افزایش وزن و دیگر بیماری ها خواهد شد.
- ۲) میانگین تندی حرکت ذرات H_2O در یک ظرف آب با دمای 10°C و یک استخر آب با همین دما، برابر است.
- ۳) کارشناسان تغذیه بر مصرف حبوبات مانند لوبیا در برنامه غذایی تأکید دارند زیرا سرشار از مواد مغذی هستند.
- ۴) فرایند گوارش و سوخت و ساز بستنی سرد در بدن انسان، همانند فرایند هم دما شدن آن با بدن، گرماده است.

(متوسط - گرما در واکنش های شیمیایی - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

اگر مقداری بستنی با دمای 10°C را بخورید، پس از ورود بستنی (سامانه) به بدن (محیط اطراف)، سامانه گرما جذب کرده و با بدن هم دما می شود. معادله این فرایند به صورت زیر است:

$$\text{بستنی}(37^{\circ}\text{C}) \rightarrow \text{گرما}(Q) + \text{بستنی}(10^{\circ}\text{C})$$

بر این اساس، می توان گفت فرایند مورد نظر گرماگیر است. این در حالی است که فرایند گوارش مواد غذایی در بدن گرماده است.

گرمای واکنش ها

پس از ورود بستنی به بدن، فرایند سوخت و ساز این ماده بر اساس معادله زیر انجام شده و بخش عمده انرژی موجود در بستنی به بدن می رسد.
 $\text{گرما}(Q) + \text{فراورده های گوارش و سوخت و ساز}(37^{\circ}\text{C}) \rightarrow \text{بستنی}(37^{\circ}\text{C})$
 در فرایندهای گرماده، علامت Q منفی بوده و نماد Q در سمت راست معادله فرایند قرار می گیرد. به عنوان مثال، فرض کنید مقداری شیر گرم با دمای 60°C را می خورید. با توجه به اینکه دمای درونی بدن انسان برابر با 37°C است، پس از ورود شیر گرم (سامانه) به بدن (محیط اطراف)، شیر مقداری گرما از دست داده و با بدن هم دما می شود. معادله فرایند انجام شده به صورت زیر است:

$$\text{گرما}(Q) + \text{شیر}(37^{\circ}\text{C}) \rightarrow \text{شیر}(60^{\circ}\text{C})$$

پس از ورود شیر به بدن، فرایند گوارش و سوخت و ساز انجام شده و بخش عمده انرژی موجود در شیر به بدن می رسد. انجام مجموعه این واکنش ها منجر به تولید انرژی و مواد اولیه مورد نیاز سوخت و ساز یاخته ها خواهد شد. معادله این فرایند نیز به صورت زیر است:

$$\text{گرما}(Q) + \text{فراورده های گوارش و سوخت و ساز}(37^{\circ}\text{C}) \rightarrow \text{شیر}(37^{\circ}\text{C})$$

فرایند هم دما شدن شیر گرم با بدن، یک تغییر فیزیکی و گرماده بوده و در آن دمای فراورده کمتر از دمای واکنش دهنده است. فرایند گوارش و سوخت و ساز شیر نیز یک تغییر شیمیایی و گرماده است که در آن دمای فراورده ها با دمای واکنش دهنده ها برابر است. همان طور که مشخص است، همه واکنش های گرماده با تغییر دمای مواد شرکت کننده در واکنش همراه نیستند.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) افزایش چربی، روغن و کربوهیدرات ها در رژیم غذایی باعث افزایش وزن و افزایش یون هایی مانند یون سدیم (بر اثر استفاده از نمک خوراکی) موجب افزایش فشار خون می شود.

بدن ما برای انجام فعالیت‌های ارادی و غیرارادی گوناگون به ماده و انرژی نیاز دارد. به عنوان مثال، وقتی که قند خون (گلوکز) پایین باشد، می‌توان با خوردن سیب یا نوشیدن شربت آبلیمو و عسل و هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد می‌توان با خوردن اسفناج و عدس بدن را به حالت طبیعی بازگرداند. ارزش مواد غذایی مختلف در تأمین ماده و انرژی مورد نیاز بدن یکسان نیست. نان، برنج، روغن، شکر و نمک، از جمله مواد غذایی هستند که ما ایرانی‌ها در مقایسه با سایر مردم جهان از آن‌ها بیشتر استفاده می‌کنیم.

دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی یک نمونه ماده را نشان می‌دهد. از دیدگاه ذره‌ای، هر چه دمای یک نمونه از ماده بالاتر باشد، جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن ماده نیز شدیدتر است؛ به عبارت دیگر، هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد، میانگین سرعت (تندی) و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر است. در چنین شرایطی دمای یک ماده را می‌توان به عنوان معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده در نظر گرفت؛ به عبارت دیگر، میانگین تندی حرکت ذرات یک ماده فقط به دمای آن ماده وابسته است. بر این اساس، می‌توان گفت میانگین تندی حرکت مولکول‌های H_2O در دو نمونه از آب با دمای یکسان، با هم برابر است. جدول زیر، مقایسه دما و انرژی گرمایی را برای یک نمونه از ماده نشان می‌دهد:

کمیت	تعریف	وابستگی به تعداد ذرات (جرم) ماده	وابستگی به تندی حرکت ذرات ماده
انرژی گرمایی	به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک نمونه از ماده، انرژی گرمایی گفته می‌شود.	دارد	دارد
دما	کمیتی است که میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده یک نمونه از ماده را نشان می‌دهد.	ندارد	دارد

غذا معجونی از مواد شیمیایی بوده و محتوی ذره‌های گوناگون است. بخش عمده اتم‌ها، مولکول‌ها و یون‌های موجود در بدن ما از غذایی که می‌خوریم، تأمین می‌شود. کارشناسان تغذیه بر مصرف حبوبات مانند نخود، لوبیا، عدس و ... در برنامه غذایی تأکید دارند؛ زیرا این خوراکی‌ها، سرشار از مواد مغذی هستند. نقش‌های عمده غذا در بدن ما به شرح زیر هستند:

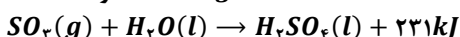
- ✓ تأمین انرژی مورد نیاز برای حرکت ماهیچه‌های بدن
- ✓ تنظیم و کنترل دمای بدن به کمک انجام شدن واکنش‌های شیمیایی
- ✓ تأمین انرژی مورد نیاز برای ارسال پیام‌های عصبی، جابه‌جایی یون‌ها و مولکول‌ها از دیواره یاخته‌ها
- ✓ تأمین مواد اولیه برای ساخت و رشد بخش‌های گوناگون بدن مانند سلول‌های خونی، استخوان، پوست، مو، ماهیچه‌ها و آنزیم‌ها

توجه داریم که تغذیه درست شامل وعده‌های غذایی است که شامل مخلوط مناسبی از انواع ذره‌ها باشد. سوء تغذیه نیز هنگامی خودنمایی می‌کند که وعده‌های غذایی با کمبود نوع خاصی از انواع ذره‌ها همراه باشد. به هنگام سوء تغذیه، بدن به تدریج ضعیف شده و شرایط بیماری فراهم خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۸۵- گرمای حاصل از واکنش ۵ کیلوگرم گاز گوگرد تری اکسید با خلوص ۲۰٪ با مقدار کافی آب، مطابق واکنش زیر، به تقریب دمای چند کیلوگرم آب 25°C را به نقطه جوش می‌رساند؟ (گرمای ویژه آب برابر $4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^{\circ}\text{C}^{-1}$ است.)

$$(O = 16 \text{ و } S = 32 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



۹/۱۷ (۴)

۷/۸۲ (۳)

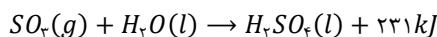
۶/۴۱ (۲)

۱۰/۲۲ (۱)

(سخت - آنتالپی - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



در قدم اول، جرم نمونه خالص گوگرد تری اکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g SO}_2 = 5 \text{ kg SO}_2 \times \frac{1000 \text{ g SO}_2}{1 \text{ kg SO}_2} \times \frac{20}{100} = 1000 \text{ g}$$

در قدم بعد، گرمای حاصل از واکنش ۱۰۰۰ گرم گاز گوگرد تری اکسید با آب را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ J} = 1000 \text{ g SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{80 \text{ g SO}_2} \times \frac{231 \text{ kJ}}{1 \text{ mol SO}_2} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 12500 \times 231 \text{ J}$$

دمای اولیه آب برابر 25°C است که برای رسیدن به نقطه جوش (100°C) دمای آن باید به اندازه 75°C افزایش یابد؛ پس جرم آب به جوش رسیده را با توجه معادله گرما و تغییر دما به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 12500 \times 231 = m \times 4/2 \times 75 \Rightarrow m = \frac{12500 \times 231}{4/2 \times 75} = \frac{55000}{6} \text{ g} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \approx 9/17 \text{ kg}$$

پس گرمای حاصل از این واکنش، می‌تواند ۹/۱۷ کیلوگرم آب 25°C را به جوش برساند.

گروه آموزشی ماز

۸۶- آنتالپی سوختن عضوی از خانواده آلکان‌ها که در ساختار هر مولکول خود ۷ پیوند $C-C$ دارد، برابر با $5494/8$ کیلوژول بر مول است. بر اثر سوزاندن یک نمونه 125 گرمی با خلوص 57% از این ماده، چند کیلوژول گرما آزاد شده و طی این فرایند، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد مصرف می‌شود؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$175 - 4343/25 \quad (4)$$

$$350 - 4343/25 \quad (3)$$

$$175 - 3434/25 \quad (2)$$

$$350 - 3434/25 \quad (1)$$

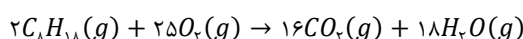
(متوسط - آنتالپی سوختن - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد پیوندهای اشتراکی موجود در یک آلکان n کربنه برابر با $3n + 1$ می‌شود. در چنین مولکولی، تعداد $n - 1$ پیوند $C-C$ وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت آلکان مورد نظر دارای ۸ اتم کربن در ساختار خود بوده و فرمول مولکولی آن به صورت C_8H_{18} است. با توجه به آنتالپی سوختن این ماده، مقدار انرژی آزاد شده در واکنش سوختن آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{انرژی } 5494/8 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{18}}{114 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{57 \text{ g } C_8H_{18}}{100 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{125 \text{ g } C_8H_{18}}{\text{ناخالص}} = 3434/25 \text{ kJ}$$

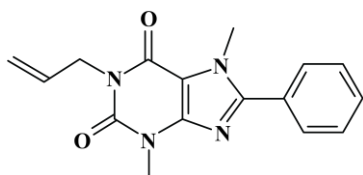
معادله واکنش سوختن این ماده به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? L O_2 = 125 \text{ g } C_8H_{18} \times \frac{57 \text{ g } C_8H_{18}}{100 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{18}}{114 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{25 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_8H_{18}} \times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 175 \text{ L}$$

گروه آموزشی ماز



۸۷- شمار پیوندهای کربن-کربن یگانه در ساختار ترکیب مقابل، چند برابر شمار این پیوندها در بنزالدهید است؟

$$1/5 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

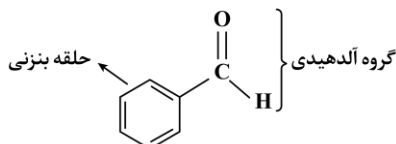
$$2/5 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

(آسان - آنتالپی پیوند - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گروه‌های عاملی آلدهیدی و کتونی در یک گروه کلی به اسم گروه عاملی کربونیل قرار می‌گیرند؛ پس می‌توان گفت همه کتون‌ها و آلدهیدها، دارای گروه عاملی کربونیل در ساختار خود هستند. ترکیب آلی موجود در میخک (۲-هپتانون) و ترکیب آلی موجود در بادام (بنزالدهید) نیز دارای گروه عاملی کربونیل در ساختار خود هستند. ساختار مولکول بنزالدهید به صورت زیر است:



در ساختار هر مولکول بنزالدهید، ۶ اتم هیدروژن، یک اتم اکسیژن و ۷ اتم کربن وجود دارد. فرمول شیمیایی این ماده نیز به صورت C_7H_6O بوده و در ساختار این ماده ۴ پیوند کربن-کربن یگانه یافت می‌شود. توجه داریم که در ساختار ترکیب داده شده در صورت سؤال، ۶ پیوند کربن-کربن یگانه و ۵ پیوند کربن-کربن دوگانه وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- الف: با قرار دادن یک استکان آب جوش در دمای اتاق، مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده هوای اتاق، افزایش می‌یابد.
ب: پس از انداختن یک قطره جوهر در دو نمونه آب سرد و گرم، قطره جوهر در آب سرد سریع‌تر پخش خواهد شد.
پ: نیروهای بین مولکولی در چربی‌ها قوی‌تر از روغن‌ها بوده و در ساختار ذرات این مواد، پیوند دوگانه وجود ندارد.
ت: تغییر نوع آلوتروپ در واکنش‌هایی که با تولید یک عنصر خالص همراه هستند، ΔH واکنش را تغییر می‌دهد.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

(متوسط - آنتالپی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: هرگاه جسمی با دمای بیشتر در تماس با جسمی با دمای کمتر قرار گیرد، گرما از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود و در نهایت هر دو جسم به یک دما می‌رسند. در اینجا بر اثر قرار دادن استکان آب جوش در دمای اتاق، دمای استکان آب جوش و در نتیجه انرژی گرمایی آن کاهش می‌یابد. این میزان انرژی به هوای اتاق داده شده و صرف افزایش مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده آن می‌شود.



«ب»: از آنجا که میزان جنب و جوش ذرات سازنده یک ماده با دمای آن ماده رابطه مستقیم دارد، جنب و جوش ذره‌ها در آب گرم بیشتر بوده و به همین خاطر، پس از انداختن یک قطره جوهر در آب گرم، قطره جوهر در این آب سریع‌تر از آب سرد پخش می‌شود. به طریق مشابه، می‌توان گفت بوی غذاهای گرم در مقایسه با غذاهای سرد آسان‌تر و سریع‌تر در فضای اتاق پخش شده و به مشام می‌رسد.

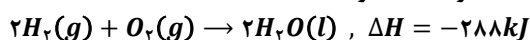
«پ»: روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. چربی‌ها در مقایسه با روغن‌ها سیرشده‌تر بوده و به همین خاطر، قدرت نیروهای بین مولکولی در آن‌ها بیشتر از روغن‌ها خواهد بود. چربی‌ها در مقایسه با روغن‌ها واکنش‌پذیری کمتری داشته و در دمای اتاق، حالت جامد دارند. توجه داریم که در ساختار انواع چربی‌ها (استرهای سنگین سه‌عاملی و اسیدهای چرب)، پیوند $C = O$ بین اتم‌ها وجود دارد.

«ت»: از آنجا که ساختارهای آلوتروپ‌های یک ماده با هم متفاوت است؛ تغییر نوع آلوتروپ در واکنش‌هایی که عنصرهای خالص در آن‌ها تولید یا مصرف می‌شوند، باعث تغییر مقدار آنتالپی واکنش می‌شود. مثلاً اگر به جای الماس در واکنش سوختن کامل آن، آلوتروپ دیگر کربن یعنی گرافیت را قرار دهیم، مقدار تغییر آنتالپی واکنش کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۸۹- اگر گرمای مورد نیاز برای واکنش $Cu(OH)_2(s) \rightarrow CuO(s) + H_2O(g)$, $\Delta H = +64 kJ$ از واکنش زیر به دست آید، به ازای تولید ۶۴ گرم

مس (II) اکسید، در این دو واکنش مجموعاً چند گرم H_2O تولید می‌شود؟ ($Cu = 64$ و $O = 16$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)



۲۰/۸ (۴)

۳۲ (۳)

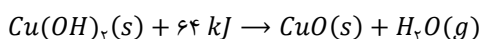
۳۴/۲ (۲)

۱۷/۶ (۱)

(سخت - آنتالپی - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

مس (II) اکسید مطابق واکنش زیر تولید می‌شود:

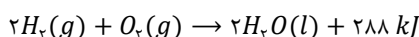


ابتدا جرم بخار آب تولیدشده و مقدار گرمای مصرف‌شده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

$$? g H_2O = 64 g CuO \times \frac{1 mol CuO}{80 g CuO} \times \frac{1 mol H_2O}{1 mol CuO} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 14/4 g$$

$$? kJ = 64 g CuO \times \frac{1 mol CuO}{80 g CuO} \times \frac{64 kJ}{1 mol CuO} = 51/2 kJ$$

گرمای لازم برای انجام شدن واکنش بالا، توسط واکنش سوختن گاز هیدروژن تأمین می‌شود. بر این اساس، جرم آب تولیدشده در واکنش زیر را بر اساس گرمای تولیدشده محاسبه می‌کنیم:



بر این اساس، داریم:

$$? g H_2O = 51/2 kJ \times \frac{2 mol H_2O}{288 kJ} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 6/4 g$$

با توجه به محاسبات فوق، در مجموع این دو واکنش ۲۰/۸ گرم آب تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

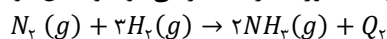
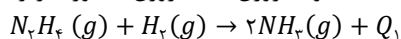
۹۰- کدام مطلب زیر درست است؟

- (۱) واکنشی که باعث خنک‌شدن محتویات یخچال صحرایی می‌شود، همانند انجماد، یک فرایند فیزیکی گرماگیر است.
- (۲) با مجاورت دو جسم، به یقین گرما از سمت جسمی با انرژی گرمایی بیشتر، به سمت جسم دیگر جاری می‌شود.
- (۳) گرمای حاصل از تولید نیم مول گاز آمونیاک به کمک گاز هیدرازین، بیشتر از زمان استفاده از گاز N_2 است.
- (۴) در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی مواد کاهش یافته و مقدار پایداری این مواد نیز کاهش پیدا می‌کند.

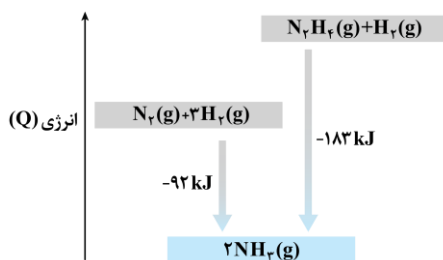
(سخت - آنتالپی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

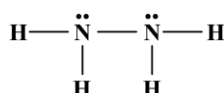
همان‌طور که می‌دانیم با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود و این تفاوت انرژی در واکنش‌ها به صورت گرما ظاهر می‌شود. واکنش دو ماده هیدرازین (N_2H_4) و نیتروژن با هیدروژن به صورت زیر است:



از واکنش یک مول از این مواد با گاز H_2 ، مقدار مشابهی گاز آمونیاک (2 مول) تولید می‌شود. از آنجا که هیدرازین یک ماده پُرانرژی و ناپایدار است، مقدار گرمای آزاد شده در واکنش هیدرازین با هیدروژن (Q_1) از این مقدار در واکنش نیتروژن و هیدروژن (Q_2) بیشتر است. نمودار مقابل روند تغییر انرژی در این دو واکنش را نشان می‌دهد:

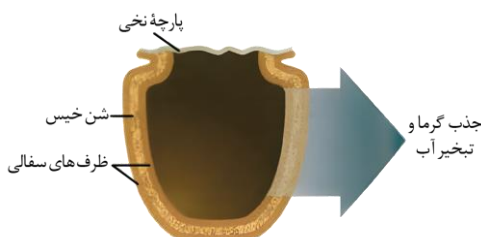


ساختار مولکولی هیدرازین (N_2H_4) نیز به صورت زیر است:

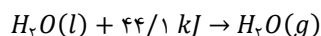


بررسی سایر گزینه‌ها:

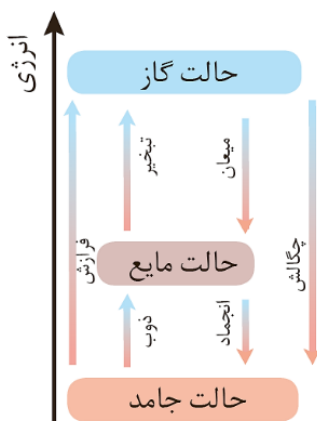
۱ یخچال صحرایی دستگاهی بسیار ساده و ارزان قیمت است که بدون نیاز به انرژی الکتریکی، مواد غذایی را خنک کرده و برای مدت طولانی‌تری نگه می‌دارد. ساختار این دستگاه به صورت زیر است:



مطابق شکل، در این دستگاه دو ظرف سفالی که از جنس خاک رس ساخته شده‌اند درون یکدیگر قرار گرفته و فضای میان آن‌ها با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه نیز پوششی نخی و مرطوب است که تهویه را به آسانی انجام می‌دهد. با گذشت زمان، به مرور آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. معادله فرایند فیزیکی انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، برای تبخیر هر مول آب $44/1$ کیلوژول گرما از محیط جذب می‌شود. فرایند جذب گرما در این دستگاه، فضای داخلی و محتویات درونی آن را خنک کرده و شرایط را برای سالم نگه‌داشتن غذا به مدت طولانی‌تر مناسب می‌کند. توجه داریم که انجماد (تبدیل حالت از مایع به جامد) هر ماده، یک فرایند گرماده ($\Delta H < 0$) به شمار می‌رود. نمودار زیر، روند تغییر انرژی در فرایندهای مختلف را نشان می‌دهد:



۲ گرما همواره از سمت جسمی با دمای بیشتر، به سمت جسمی با دمای کمتر جاری می‌شود؛ اما الزامی به جاری شدن گرما از سمت جسمی با انرژی گرمایی بیشتر به سمت جسمی با انرژی گرمایی کمتر وجود ندارد. به عنوان مثال، یک استخر آب با دمای 20°C انرژی گرمایی بیشتری نسبت به یک لیوان چای داغ دارد؛ اما در صورت مجاورت لیوان چای با استخر آب، گرما از سمت لیوان چای به سمت آب استخر جاری می‌شود.

۴ در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر بوده و در نتیجه پایداری آن‌ها بیشتر است. در واقع با انجام شدن این واکنش‌ها، پایداری مواد افزایش پیدا می‌کند.

۹۱- کدام مقایسه زیر میان نمونه‌هایی از پروپان و پنتان به درستی انجام شده است؟

- (۱) ارزش سوختی: پروپان > پنتان
(۲) قدر مطلق آنتالپی سوختن: پروپان < پنتان
(۳) گرانروی در حالت مایع: پروپان < پنتان
(۴) درصد جرمی کربن در ترکیب: پروپان > پنتان

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - آنتالپی سوختن - مفهومی - ۱۱۰۲)

پنتان، یک آلکان ۵ کربنه و پروپان، یک آلکان ۳ کربنه است. در اعضای خانواده آلکان‌ها، با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی اتم‌های کربن به تدریج افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی کربن در پنتان بیشتر از پروپان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ برای مقایسه ارزش سوختی اعضای خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها به صورت مجزا، هر کدام تعداد کربن کمتری داشت، ارزش سوختی بیشتری دارد. بر این اساس، می‌توان گفت ارزش سوختی پروپان بیشتر از پنتان است.

۲ برای مقایسه تغییر آنتالپی سوختن دو نمونه از هیدروکربن‌ها ابتدا به تعداد اتم‌های کربن در هر نمونه نگاه می‌کنیم؛ هر کدام تعداد اتم‌های کربن بیشتری داشت، ΔH واکنش سوختن آن نمونه، منفی‌تری است. همچنین اگر تعداد اتم‌های کربن در هر دو نمونه مساوی باشد، نمونه‌ای که اتم هیدروژن بیشتری خواهد داشت، ΔH واکنش سوختن منفی‌تری دارد. چون پنتان تعداد اتم‌های کربن بیشتری دارد، آنتالپی سوختن آن منفی‌تر بوده و بر این اساس، می‌توان گفت قدر مطلق آنتالپی سوختن آن بیشتر از پروپان است.

گرمای حاصل از سوختن هیدروکربن‌ها

بین نمونه‌های مختلفی از هیدروکربن‌ها، مقدار گرمای حاصل از سوختن نمونه‌ای که جرم بیشتری داشته باشد در مقایسه با سایر نمونه‌ها بیشتر است؛ مثلاً گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان (۳۰ گرم اتان) در مقایسه با مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان (۴۴ گرم پروپان) کمتر است چراکه جرم ۱ مول اتان در مقایسه با جرم ۱ مول پروپان کمتر است. به عنوان مثالی دیگر، گرمای حاصل از سوختن نیم مول ۲-بوتن (۲۸ گرم ۲-بوتن) در مقایسه با مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول متان (۱۶ گرم متان) بیشتر است چراکه جرم نیم مول ۲-بوتن در مقایسه با جرم ۱ مول متان بیشتر است.

۳ چون پروپان شمار اتم‌های کربن کمتری در ساختار مولکولی خود دارد، قدرت نیروهای بین مولکولی در آن ضعیف‌تر از پنتان بوده و بر این اساس، میزان گرانروی آن کمتر از پنتان است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- الف: مقدار Q در واکنش $H_2O(l) + Q \rightarrow 2H(g) + O(g)$ ، معادل با دو برابر آنتالپی پیوند $O-H$ است.
ب: اگر بدن نیاز فوری به تأمین انرژی داشته باشد، مصرف انواع مواد غذایی حاوی کربوهیدرات مناسب‌تر است.
پ: تغییر آنتالپی واکنش تبدیل گاز N_2O_4 به NO_2 ، هم‌ارز با گرمای آزاد شده در این واکنش در فشار ثابت است.
ت: انرژی حاصل از اکسایش گلوکز در بدن، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فراورده نخواهد بود.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

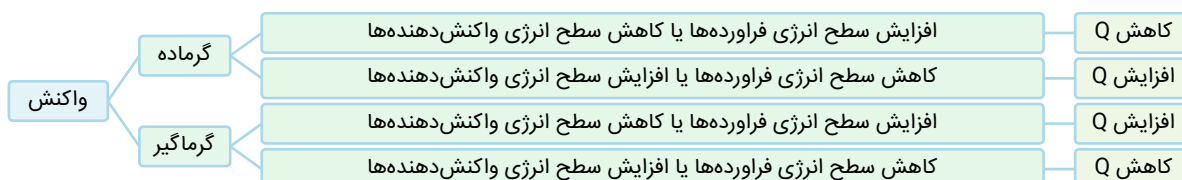
پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - آنتالپی - مفهومی - ۱۱۰۲)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

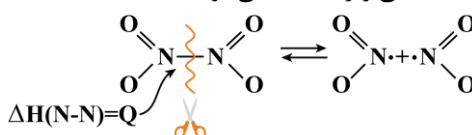
بررسی موارد:

«الف»: به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی (کووالانسی) یکسان در حالت گازی، آنتالپی پیوند گفته می‌شود. با توجه به تعریف آنتالپی پیوند، می‌توان گفت مقدار Q در واکنش شیمیایی $H_2O(g) + Q \rightarrow 2H(g) + O(g)$ ، معادل با $2 \times \Delta H(O-H)$ است. در نقطه مقابل، چون یک نمونه از آب در مقایسه با بخار آب پایداری بیشتری دارد، اگر حالت فیزیکی H_2O در این واکنش مایع باشد، مقدار Q بیشتر از دو برابر مقدار آنتالپی پیوند $O-H$ خواهد شد. در این رابطه، داریم:



«ب»: کربوهیدرات‌ها، تنها موادی در بدن انسان هستند که به سرعت شکسته شده و به گلوکز تبدیل می‌شوند. گلوکز با انحلال در خون، خود را به یاخته‌ها می‌رساند و به هنگام اکسایش در یاخته، انرژی تولید می‌کند؛ پس برای تأمین نیاز فوری و ضروری بدن انسان به انرژی، بهتر است از موادی با درصد کربوهیدرات بیشتر استفاده کرد؛ اما برای تأمین انرژی فعالیت‌های فیزیکی در مدت طولانی، به علت ارزش سوختی بیشتر چربی‌ها، استفاده از موادی با درصد چربی بالاتر، مناسب‌تر است.

«پ»: معادله واکنش شیمیایی انجام شده، به صورت $N_2O_4(g) + Q \rightarrow 2NO_2(g)$ است. با افزایش دما، انرژی مورد نیاز برای تجزیه مولکول های دی نیتروژن تتراکسید فراهم شده و این مولکول ها مطابق با معادله شیمیایی زیر شکسته می شوند:



با توجه به معادله فوق، مقدار Q در معادله این واکنش برابر با $\Delta H(N-N)$ است. از آنجا که رنگ مولکول های فرآورده این واکنش قهوه ای است، با انجام شدن آن، رنگ مخلوط گازی موجود در ظرف به تدریج قهوه ای می شود. توجه داریم که طی این فرایند، گرما مصرف شده و تولید نمی شود. بر این اساس، می توان گفت تغییر آنتالپی این واکنش، هم ارز با گرمای مصرف شده در این واکنش در فشار ثابت است. نمودار زیر، روند تغییر انرژی در واکنش های شیمیایی را نشان می دهد:



«ت»: واکنش اکسایش گلوکز (قند خون) در بدن انسان که منجر به تأمین انرژی مورد نیاز برای سلول ها می شود را در نظر بگیرید. معادله این واکنش شیمیایی به صورت $C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l) + Q$ است. با وجود تولید انرژی در این واکنش شیمیایی، دمای بدن تغییر محسوس نمی کند. در این شرایط، چون دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش با دمای مواد فرآورده پس از پایان واکنش برابر است ($\Delta\theta = 0$)؛ پس انرژی آزاد شده در این فرایند را نمی توان ناشی از تغییر در مقدار انرژی جنبشی مواد شرکت کننده در آن دانست. در واقع، انرژی آزاد شده در این واکنش از تغییر در مقدار انرژی پتانسیل مواد، که به دنبال تغییر در نحوه برقراری پیوندهای شیمیایی بین اتم های سازنده این مواد است، منشأ می گیرد.

گروه آموزشی ماز

۹۳- در شرایط یکسان، آنتالپی سوختن نوعی آلکین ۱/۵ برابر آنتالپی سوختن اتانول است. تعداد پیوندهای اشتراکی در ساختار این آلکین کدام است؟ (میانگین آنتالپی پیوندهای $C \equiv C$ ، $C \equiv C$ ، $C-C$ ، $C-O$ ، $C=O$ ، $C-H$ و $O-H$ با یکای کیلوژول بر مول، به ترتیب برابر ۴۱۴، ۳۴۸، ۳۸۰، ۸۰۰ و ۴۶۳ و آنتالپی پیوندهای $C \equiv C$ و $O=O$ برابر با ۸۲۰ و ۴۹۵ کیلوژول بر مول بوده و همه مواد شرکت کننده در واکنش گازی هستند.)

۱۴ (۴)

۱۱ (۳)

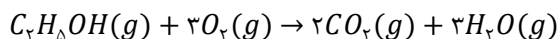
۸ (۲)

۵ (۱)

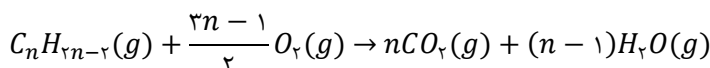
(سخت - آنتالپی پیوند - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

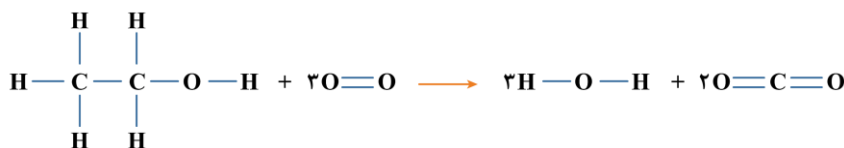
واکنش موازنه شده سوختن اتانول به صورت زیر است:



معادله واکنش سوختن کامل نوعی ترکیب آلکینی نیز به صورت زیر است:



معادله ساختاری واکنش سوختن اتانول به صورت زیر است:



آنتالپی سوختن اتانول را با استفاده از آنتالپی پیوند حساب می کنیم:

$$\left[\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده ها} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها} \right] = \text{آنتالپی واکنش}$$

$$(348 + 5 \times 414 + 380 + 463 + 3 \times 495) - (4 \times 800 + 6 \times 463) = -1232$$

با توجه به محاسبات بالا، مقدار آنتالپی سوختن اتانول برابر با $-1232 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ بوده و آنتالپی سوختن آلکین مورد نظر نیز ۱/۵ برابر آنتالپی سوختن اتانول است، پس مقدار آنتالپی سوختن این آلکین برابر با ۱۸۴۸- کیلوژول بر مول می شود. یک آلکین n کربنه با فرمول مولکولی C_nH_{2n-2} ، در ساختار مولکولی خود ۱ پیوند سه گانه کربن-کربن و $n-2$ پیوند یگانه کربن-کربن و $2n-2$ پیوند اشتراکی $C-H$ دارد. بر این اساس، مقدار تغییر آنتالپی سوختن آلکین مورد نظر را حساب می کنیم:

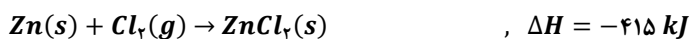
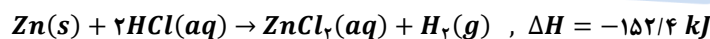
$$\left[\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده ها} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها} \right] = \text{آنتالپی واکنش}$$

$$\left(820 + 348 \times (n-2) + 414 \times (2n-2) + 495 \times \frac{3n-1}{2} \right) - (800 \times 2n + 463 \times 2 \times (n-1)) = -1848 \text{ kJ} \rightarrow n = 3$$

با توجه به محاسبات بالا، آلکین مورد نظر معادل با C_3H_4 است که در ساختار خود ۸ پیوند اشتراکی دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۴- واکنش‌های مقابل را در نظر بگیرید:



بر پایه قانون هس، تغییر آنتالپی فرایند انحلال روی کلرید در آب برحسب $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ چقدر است؟

+۸۴ (۴)

+۷۲ (۳)

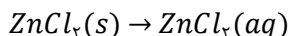
-۸۴ (۲)

-۷۲ (۱)

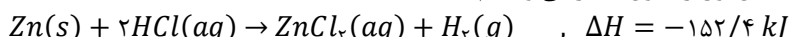
(متوسط - قانون هس - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

معادله انحلال روی کلرید در آب به صورت زیر است:



در این واکنش، یک ماده جامد به یک ماده محلول در آب تبدیل می‌شود. توجه داریم که مقدار آنتالپی واکنش انحلال روی کلرید در آب بر حسب $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ خواسته شده است، پس ضریب روی کلرید در معادله مورد نظر باید برابر با یک باشد. برای حل این سؤال، باید با استفاده از معادله واکنش‌های داده شده، معادله انحلال روی کلرید در آب را به دست آوریم. برای این منظور، معادله واکنش اول را بدون تغییر می‌نویسیم:



معادله واکنش دوم را برعکس می‌کنیم:



معادله واکنش سوم را نیز برعکس کرده و ضرب در ۲ می‌کنیم:



معادله واکنش چهارم را بدون تغییر می‌نویسیم:



در نهایت ΔH انحلال روی کلرید را از جمع جبری ΔH واکنش‌های بالا محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H = -152/4 + 415 - 149/6 - 185 = -72 \text{ kJ}$$

بنابراین انحلال روی کلرید گرماده است و ΔH آن برابر با -72 کیلوژول بر مول است.

گروه آموزشی ماز

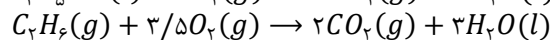
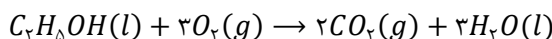
۹۵- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- ۱) به ازای تولید گرمای برابر از سوختن اتانول و اتان، سوخت سبز مقدار گاز CO_2 کمتری تولید می‌کند.
- ۲) در ساختار ترکیب ایجادکننده بوی زردچوبه، اتم کربنی وجود دارد که به اتم هیدروژن متصل نشده است.
- ۳) جلوگیری از التهاب در بدن، خاصیتی از ادویه‌ها است که عمدتاً از مواد آلی موجود در آن‌ها منشأ می‌گیرد.
- ۴) رنگ شعله سوختن متان در سطح مرداب، با رنگ شعله حاصل از سوختن کامل گاز شهری در اجاق، متفاوت است.

(متوسط - آنتالپی سوختن - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش سوختن این دو ماده به صورت زیر است:



در این دو واکنش، از سوختن هر مول از این دو ماده، مقدار برابری گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. همچنین از سوختن یک مول اتان نسبت به یک مول اتانول، گرمای بیشتری آزاد می‌شود؛ پس برای تولید مقدار برابر گرما از سوختن این دو ماده آلی، مقدار بیشتری اتانول (سوخت سبز) باید بسوزد و به دنبال آن مقدار بیشتری گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. توجه داریم که سوخت سبز، به سوخت‌هایی گفته می‌شود که علاوه بر اتم‌های کربن و هیدروژن، در ساختار خود اتم اکسیژن نیز دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

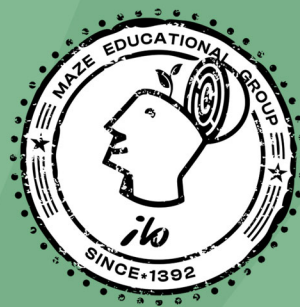
۲) ترکیب ایجادکننده بوی زردچوبه، یک عامل کتونی در ساختار خود دارد. اتم کربن موجود در ساختار این گروه عاملی، از دو طرف به اتم کربن و از یک طرف، به اتم اکسیژن متصل بوده و به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.

۳) بو و مزه لذتبخش غذاهای بومی در هر جای جهان، اغلب به دلیل افزودن ادویه‌های ویژه‌ای به آن‌ها است. ادویه‌ها افزون بر رنگ، بو و مزه خوشایندی که به غذاهای مختلف می‌دهند، مصرف دارویی نیز دارند. امروزه از ادویه‌ها برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز بدن، جلوگیری از التهاب، پیشگیری از سرطان و گاهی بهبود یا رفع سرطان استفاده می‌شود. خواص ویژه ادویه‌ها به‌طور عمده وابسته به ترکیب‌های آلی موجود در آن‌ها است. این ترکیب‌های آلی در ساختار خود افزون بر اتم‌های هیدروژن و کربن، اتم‌های اکسیژن، گاهی نیتروژن و گوگرد نیز دارند. تفاوت در خواص ادویه‌ها به دلیل تفاوت در ساختار این مواد آلی است.

گاز متان (CH_4)، نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده، از این رو به گاز مرداب شهرت دارد و از تجزیه گیاهان توسط باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود. متان که ساده‌ترین هیدروکربن است، بخش عمده گاز طبیعی (شهری) را تشکیل می‌دهد. مطابق تصاویر کتاب درسی، این گاز در اجاق گاز با شعله آبی و در سطح مرداب، با شعله زرد-نارنجی می‌سوزد. در رابطه با متان، نکات زیر را به خاطر داشته باشید:

- گاز متان
- ساده‌ترین هیدروکربن موجود در طبیعت بوده و اولین عضو خانواده آلکان‌ها است.
 - گشتاور دوقطبی آن برابر با صفر بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.
 - بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.
 - از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود.
 - تجمع آن در معادل زغال سنگ باعث ایجاد انفجار در این معادن می‌شود.
 - در محیطی که اکسیژن کم است، به‌صورت ناقص سوخته و بخار آب، کربن مونوکسید، نور و گرما تولید می‌کند.

گروه آموزشی ماز



سفر در سرزمین کنکورها

مارکوپولو



مارکوپولو کامل ترین بسته کنکورهای سراسری

(ویژه ایام جمع بندی)

تهیه از طریق سایت مازمارکت

mazemarket.org



بانک کنکور

شیمی

سوالات کنکور طبقه‌بندی شده به صورت درس به درس و مبحثی
+ پاسخنامه ویژه ماز

- همه سوالات کنکور به صورت درس به درس

- سوالات میکرو طبقه‌بندی شده به ترتیب پیشروی مباحث

- پوشش تمامی کنکورهای داخل و خارج از کشور از ۹۸ تا ۱۴۰۳

- پاسخنامه ویژه ماز به همراه نکات، جداول و کادرهای جمع‌بندی کامل

- مناسب برای تمام دانش‌آموزان در طول سال و ایام جمع‌بندی



www.DigiMaze.org



آزمونیاک | azmoonak



پایه دوازدهم
رشته ریاضی و تجربی

بسته ۲۰ شو عمومی

۱۰۰٪
امتحان
نهایی



چرا ۲۰ شو؟

- درس‌نامه‌های کامل با پوشش ۱۰۰ درصدی کتاب درسی + نکات مفهومی ویژه امتحان نهایی
- بانک سؤالات تشریحی همراه با سؤالات تألیفی میکرو طبقه‌بندی شده و گوناگون براساس شیوه‌نامه بلوم (مصوب آموزش و پرورش)
- آزمون‌های شبیه‌ساز و پیش‌بینی امتحان نهایی
- پاسخ‌نامه ویژه برای یادگیری ۲۰ گرفتن در امتحان نهایی همراه با بارم‌بندی یکسان با سؤالات مصوب امتحانات آموزش و پرورش
- بسته شب امتحان ۲۰ شو شامل دوپینگ فوری و پادکست خلاصه صوتی کتاب